

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ**



ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА

1(7)

Донецк – 2017

УДК 004.3+004.9+004.2+51.7+519.6+519.7

**ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА, № 1(7), – Донецк: ДонНТУ,
2017.**

Представлены материалы по вопросам приоритетных направлений научно-технического обеспечения в области информатики, кибернетики и вычислительной техники.

Материалы предназначены для специалистов народного хозяйства, ученых, преподавателей, аспирантов и студентов высших учебных заведений.

Редакционная коллегия

Главный редактор: Павлыш В.Н., д.т.н., проф.

Зам. глав. ред.: Андрюхин А.И., к.т.н., с.н.с.

Ответственный секретарь: Завадская Т.В., к.т.н., доц.

Члены редакционной коллегии: Аверин Г.В., д.т.н., проф. Аноприенко А.Я., к.т.н., проф.

Григорьев А.В., к.т.н., доц., Грунский И.С., к.т.н., проф., Зинченко Ю.Е., к.т.н., доц.

Звягинцева А.В., к.т.н., доц., Миненко А.С., д.т.н., проф., Скобцов Ю.А., д.т.н., проф.,

Шелепов В.Ю., д.т.н., проф., Карабчевский В.В., к.т.н., доц. Федяев О.И., к.т.н., доц.

Рекомендовано к печати ученым советом ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет» Министерства образования и науки ДНР. Протокол № 1 от 17.02.2017.

Журнал зарегистрирован в Министерстве образования и науки ДНР № 307 от 06.08.2015

Контактный адрес редакции

ДонНТУ, ул. Артема, 58, Донецк, 83001

Тел.: +380 (62) 301-08-56. Эл.почта: infcyb.donntu@yandex.ru

Интернет: <http://infcyb.donntu.org>

© Донецкий национальный технический университет
Министерство образования и науки ДНР, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Взаимосвязь симметрии стохастического дифференциального уравнения Ито и соответствующего ему уравнения Фоккера - Планка. Александрова О.В.....	4
Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевы функции Андрюхин А.И.....	10
Рефлексивная референция и анализ квайнов Андрюхин А.И., Полетаев В.А.....	25
Комплексные расширения и анализ свойств фрактальных отображений Артеменко В.А., Андрюхин А.И.....	31
Комплекс средств и методов работы с формальными грамматиками в семиотической концептуальной модели предметной области интеллектуальных САПР Григорьев А.В.....	46
Численное моделирование процесса кристаллизации Миненко А.С., Радевич Е.В.	73
Методы построения поверхности по изображениям КТ для создания модели челюстно-лицевого скелета с применением 3D печати Сафонов М. Д., Новиков Д. Д., Привалов М.	79
Моделирование динамики теплового состояния обмоток при производстве электродвигателей Федоров М.М., Малеев Д.М., Резников И.А.	83
Знаменательные даты	
МОЕМУ УЧИТЕЛЮ 100 ЛЕТ Филер С.Е.....	87
Content.....	97

УДК 519.21

Взаимосвязь симметрии стохастического дифференциального уравнения Ито и соответствующего ему уравнения Фоккера - Планка.

О.В. Александрова

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»
alexand_olga_la@mail.ru

Александрова О.В. Взаимосвязь симметрии стохастического дифференциального уравнения Ито и соответствующего ему уравнения Фоккера – Планка. В статье рассматривается уравнение в частных производных, тесно связанное со стохастическим дифференциальным уравнением Ито – прямое уравнение Колмогорова или уравнение Фоккера-Планка. Исследуется взаимосвязь симметрий, которые допускает уравнение Ито и соответствующее ему уравнение Фоккера - Планка. Доказана теорема, при выполнении условий которой симметрия уравнения Ито является проекцией симметрии соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка. Вычисления были сделаны при помощи специальных функций Марле.

Ключевые слова: стохастическое дифференциальное уравнение, симметрия, уравнение Фоккера – Планка.

Введение.

Уравнением Фоккера - Планка описывается стохастический эволюционный процесс, непрерывно зависящий от времени [1-2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} p(t, x) = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} [A_i(t, x)p(t, x)] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [B_{ij}(t, x)p(t, x)], \quad (1)$$

где $p(t, x)$ – переходная плотность вероятности, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, вектор $A = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ и симметричная матрица $B = \|B_{ij}\|_{i,j=1}^n$ известны как вектор дрейфа и матрица диффузии соответственно. Уравнение (1) применяется для описания различных явлений физики, химии, биологии. В связи с этим на протяжении многих лет наблюдается высокая заинтересованность по поводу исследования уравнений типа (1) и построения их точных решений [3,4-9].

С точки зрения теоретико-групповых методов исследования [10], одномерное уравнение вида (1), является хорошо изученным. Существенным результатом групповой классификации является установленный факт [11], что каждое одномерное уравнение Фоккера - Планка, которое допускает шестипараметрическую группу локальных преобразований, соответствующими заменами переменных сводится к уравнению теплопроводности.

В пространствах, размерности выше 1, были исследованы лишь отдельные классы уравнений вида (1). Например, в работе [12] были найдены усл

овия, при которых уравнение (1) с однородным коэффициентом сноса и постоянной диагональной матрицей диффузии является инвариантным относительно девяти-параметрической группы локальных преобразований. Однако, авторы вышеуказанных работ не рассматривают уравнение (1) в связке со стохастическим дифференциальным уравнением, плотность решения которого может быть описана уравнением (1).

В настоящей статье сформулировано определение расширенного уравнения Фоккера – Планка, соответствующего заданному стохастическому дифференциальному уравнению (СДУ) Ито. Проанализирована взаимосвязь между симметрией СДУ Ито и соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка. В отличие от обычного уравнения Фоккера-Планка, соответствующего уравнению Ито, расширенное уравнение содержит производные не только по фазовой переменной, но и по той переменной, которая отвечает значению винеровского процесса.

Постановка задачи.

Уравнение вида (1) в одномерном случае может соответствовать некоторому стохастическому дифференциальному уравнению Ито [13]:

$$du(t) = a(t, u)dt + \sigma(t, u)dW(t), \quad (2)$$

где $W(t)$ – винеровский процесс, $a(t, u), \sigma(t, u)$ – коэффициенты дрейфа и диффузии соответственно для процесса $u(t)$. Процесс $u(t)$, который описывается уравнением (2), является диффузионным [1].

Уравнение (2) запишем в виде системы:

$$\begin{cases} du_1(t) = a(t, u)dt + \sigma(t, u)dW(t), \\ du_2(t) = 0 \cdot dt + 1 \cdot dW(t). \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, процесс $u(t)$, который описывается одномерным уравнением Ито, является решением системы (3), в которой решением второго уравнения является гауссовский процесс с математическим ожиданием 0 и коэффициентом диффузии, равным 1. Тогда коэффициенты дрейфа и диффузии для расширенного уравнения Фоккера – Планка (1), которое соответствует системе (3), будут равны:

$$A(t, u) = \begin{pmatrix} a(t, u) \\ 0 \end{pmatrix}, B(t, u) = \begin{pmatrix} \sigma^2(t, u) & \sigma(t, u) \\ \sigma(t, u) & 1 \end{pmatrix}.$$

Определение 1. Уравнение Фоккера – Планка, соответствующее данному уравнению Ито, назовем расширенным уравнением Фоккера – Планка, если его решением является совместная плотность распределения процессов $u(t)$ и винеровского процесса $W(t)$.

Цель данной статьи – проанализировать взаимосвязь между симметрией уравнения Ито и симметрией соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка.

Результаты продемонстрированы на примере линейного уравнения Ито, описывающего процесс броуновского движения. И на примере нелинейного уравнения Ито, решение которого является амплитудой решения более сложного СДУ параболического типа, описывающего процесс горения в случайной среде [19].

Основные результаты.

Расширенное уравнение Фоккера – Планка для системы (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial u_1^2} (\sigma^2(t, u_1) p(t, u_1, u_2)) + \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_2} (\sigma(t, u_1) p(t, u_1, u_2)) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial u_2^2} - \frac{\partial}{\partial u_1} (a(t, u_1) p(t, u_1, u_2)), \end{aligned} \quad (4)$$

Перепишем уравнение (4) в виде

$$\begin{aligned} L &= p_t - \frac{1}{2} \sigma^2 p_{u_1 u_1} - \sigma p_{u_1 u_2} - \frac{1}{2} p_{u_2 u_2} - \\ &- (2\sigma\sigma_{u_1} - a) p_{u_1} - \sigma_{u_1} p_{u_2} - \\ &- (\sigma\sigma_{u_1 u_1} + \sigma_{u_1}^2 - a_{u_1}) p = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку уравнение (5) является линейным, то общий вид инфинитезимальных операторов, которые генерируют группу инвариантности уравнения (5), будет таким [10, 14, 15]:

$$X = \tau \frac{\partial}{\partial t} + v^1 \frac{\partial}{\partial u_1} + v^2 \frac{\partial}{\partial u_2} + \kappa p \frac{\partial}{\partial p}, \quad (3) \quad (6)$$

где $\xi^0 = \xi^0(t)$ (согласно замечаниям [14]), $v^1 = v^1(t, u_1, u_2)$, $v^2 = v^2(t, u_1, u_2)$, $\kappa = \kappa(t, u_1, u_2)$ – произвольные дважды дифференцируемые функции в некоторой области пространства независимых переменных t, u_1, u_2 и зависимой переменной $p = p(t, u_1, u_2)$.

Основные результаты данной статьи сформулированы в следующих теоремах:

Теорема 1. Расширенное уравнение Фоккера – Планка (5) допускает группу инвариантности с оператором (6), когда координаты оператора (6) удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \tau_t - \sigma v_{u_1}^2 - v_{u_2}^2 = 0, \\ \frac{1}{2} \sigma \tau_t - \sigma v_{u_1}^1 - v_{u_2}^1 + \sigma_t \tau + \sigma_{u_1} v^1 = 0, \\ \sigma \tau_t - \sigma v_{u_1}^1 - v_{u_2}^1 - \sigma^2 v_{u_1}^2 - \sigma v_{u_2}^2 + \sigma_t \tau + \sigma_{u_1} v^1 = 0, \\ \frac{\sigma^2}{2} v_{u_1 u_1}^1 + \sigma v_{u_1 u_2}^1 + \frac{1}{2} v_{u_2 u_2}^1 + (a - 2\sigma\sigma_{u_1}) \tau_t - \\ - v_t^1 - (a - 2\sigma\sigma_{u_1}) v_{u_1}^1 + \sigma_{u_1} v_{u_2}^1 - \sigma^2 \kappa_{u_1} - \\ - \sigma \kappa_{u_2} + (a_t - 2\sigma_{u_1} \sigma_t - 2\sigma\sigma_{t u_1}) \tau + \\ + (a_{u_1} - 2\sigma_{u_1}^2 - 2\sigma\sigma_{u_1 u_1}) v^1 = 0, \\ \frac{\sigma^2}{2} v_{u_1 u_1}^2 + \sigma v_{u_1 u_2}^2 + \frac{1}{2} v_{u_2 u_2}^2 - \sigma_{u_1} \tau_t - \\ - v_t^2 - (a - 2\sigma\sigma_{u_1}) v_{u_1}^2 + \\ + \sigma_{u_1} v_{u_2}^2 - \sigma \kappa_{u_1} - \kappa_{u_2} - \sigma_{t u_1} \tau - \sigma_{u_1 u_1} v^1 = 0, \\ \frac{\sigma^2}{2} \kappa_{u_1 u_1} + \sigma \kappa_{u_1 u_2} + \frac{1}{2} \kappa_{u_2 u_2} - \\ - (a_{u_1} - \sigma_{u_1}^2 - \sigma\sigma_{u_1 u_1}) \tau_t - \kappa_t - \\ - (a - 2\sigma\sigma_{u_1}) \kappa_{u_1} + \sigma_{u_1} \kappa_{u_2} - \\ - (a_{t u_1} - 2\sigma_{u_1} \sigma_{t u_1} - \sigma_t \sigma_{u_1 u_1} - \sigma\sigma_{u_1 u_1}) \tau - \\ - (a_{u_1 u_1} - 3\sigma\sigma_{u_1 u_1} - \sigma\sigma_{u_1 u_1 u_1}) v^1 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Доказательство. Как уже было отмечено выше, общий вид инфинитезимальных операторов, генерирующих группу инвариантности уравнения (5), имеет вид (6). Условие инвариантности уравнения (5) относительно оператора (6) имеет вид:

$$X \left. L \right|_{L=0} = 0,$$

где X_2 – второе продолжение оператора (6).

Применяя стандартный алгоритм Ли, описанный, напр., в [14], и сделав стандартные преобразования, получим систему (7).

Замечание 1. В уравнениях (7) не учитываем опе

ратор симметрии $X = \beta(t, u_1, u_2) \partial_p$, в котором функция β является решением уравнения (5) и наличие которого обуславливается линейностью исследуемого уравнения.

В работе [17] был сформулирован и доказан критерий инвариантности стохастических дифференциальных уравнений Ито относительно рассматриваемой группы преобразований. Оператор допускаемой группы одномерного уравнения при этом выглядел так (обозначим его X_0):

$$X_0 = \xi(t) \partial_t + \eta(t, u_1, u_2) \partial_{u_1}.$$

В нашем случае будем учитывать также переменную винеровского процесса, входящего в уравнение (2). Т.е. инфинитезимальные операторы, которые генерируют группу инвариантности уравнения (2), будем искать в классе операторов:

$$X_0 = \xi(t) \partial_t + \eta(t, u_1, u_2) \partial_{u_1} + \zeta(t, u_2) \partial_{u_2}.$$

Следовательно, критерий инвариантности уравнения Ито (2) относительно введенной группы преобразований можно сформулировать так:

Теорема 2. Уравнение (2) инвариантно относительно группы преобразований с касательным вектором (ξ, η, ζ) тогда и только тогда, когда его координаты удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \sigma \xi_t - \sigma \eta_{u_1} - \zeta_{u_2} + \\ + \sigma_t \xi + \sigma_u \eta = 0, \\ \frac{1}{2} \sigma^2 \eta_{u_1 u_1} + \sigma \eta_{u_1 u_2} + \frac{1}{2} \eta_{u_2 u_2} - \\ - a \xi_t + \eta_t + a \eta_u - a_t \xi - a_{u_1} \eta = 0, \\ \zeta = \frac{1}{2} \int_0^t \xi_s(s) dW(s). \end{cases}$$

Следующая теорема устанавливает зависимость между координатами допускаемого оператора уравнения Фоккера – Планка такую, что симметрия уравнения Ито является проекцией симметрии уравнения Фоккера – Планка.

Теорема 3. Для того чтобы симметрия уравнения Ито (2) была проекцией симметрии соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка, необходимо (и достаточно), чтобы выполнялись условия:

$$X = X_0 + v^2(t, u_2) \partial_{u_2} + \kappa(t, u_1, u_2) p \partial_p, \text{ где}$$

$$1) v^2 = \frac{1}{2} \int_0^t \xi_s(s) dW(s);$$

2) функция κ является решением уравнения

$$\sigma \kappa_{u_1} + \kappa_{u_2} = -\sigma \eta_{u_1 u_1} - \eta_{u_1 u_2}.$$

Замечание 2. Уравнение Фоккера – Планка может иметь такие операторы симметрии, в которых функции $v^i (i = 0, 1, 2)$ не совпадают с соответствующими функциями ξ и η в операторах симметрии для уравнений Ито, но в данной работе мы не проводим систематических исследований таких операторов.

Пример 1. Рассмотрим уравнение

$$du(t) = \beta dW(t), \text{ где } \beta - \text{ постоянная.} \quad (8)$$

Это уравнение допускает операторы [20]: (8)

$$X_1 = \partial_t, X_2 = \partial_{u_1}, X_3 = 2t \partial_t + u_1 \partial_{u_1} + u_2 \partial_{u_2},$$

$$X_4 = g(\beta u_2 - u_1) \partial_{u_1}, X_5 = \partial_{u_2},$$

где g – дважды дифференцируемая функция по переменным u_1 и u_2 .

Запишем соответствующее уравнение Фоккера – Планка для уравнения (8):

$$p_t - \frac{\beta^2}{2} p_{u_1 u_1} - \beta p_{u_1 u_2} - \frac{p_{u_2 u_2}}{2} = 0. \quad (9)$$

Подставим коэффициенты $a(t, u_1) = 0$ и $\sigma(t, u_1) = \beta$ уравнения (9) в систему (7), получим:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \tau_t - \beta v_{u_1}^2 - v_{u_2}^2 = 0, & \frac{1}{2} \beta \tau_t - \beta v_{u_1}^1 - v_{u_2}^1 = 0, \\ \beta \tau_t - \beta v_{u_1}^1 - v_{u_2}^1 - \beta^2 v_{u_1}^2 - \beta v_{u_2}^2 = 0, \\ \frac{\beta^2}{2} v_{u_1 u_1}^1 + \beta v_{u_1 u_2}^1 + \frac{1}{2} v_{u_2 u_2}^1 - v_t^1 - \beta^2 \kappa_{u_1} - \beta \kappa_{u_2} = 0, \\ \frac{\beta^2}{2} v_{u_1 u_1}^2 + \beta v_{u_1 u_2}^2 + \frac{1}{2} v_{u_2 u_2}^2 - v_t^2 - \beta \kappa_{u_1} - \kappa_{u_2} = 0, \\ \frac{\beta^2}{2} \kappa_{u_1 u_1} + \beta \kappa_{u_1 u_2} + \frac{1}{2} \kappa_{u_2 u_2} - \kappa_t = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решим эту систему с помощью пакета Maple.

Замечание 2. Как несложно заметить, не все функции системы зависят от трех переменных, а соответственно, имеют не частную, а обычную производную (функция $\tau(t)$). Использовать функции программы Maple мы будем для выражения функций v^1 и v^2 через $\tau(t)$ из первых двух уравнений, затем, для нахождения функций κ и τ мы уже вручную подставим полученные выражения и затем уже найдем функции κ и τ .

Для решения будем использовать встроенный пакет PDEtools.

```

Maple 7 - [2 mos] - [Gene II]
File Edit View Insert Format Specialized Options Window Help
[Icons]
> restart;
> with(PDEtools);
> PDE[1]:=-1/2*diff(tau(t),t)-beta*diff(nu[2](t,u[1],u[2]),u[1])-diff(nu[2](t,u[1],u[2]),u[2])=0;
      PDE[1]:=-1/2*(d/dt)(tau(t))-beta*(d/dx1)(nu2(t,u1,u2))-beta*(d/dx2)(nu2(t,u1,u2))=0
> PDE[2]:=-1/2*beta*diff(tau(t),t)-beta*diff(nu[1](t,u[1],u[2]),u[1])-diff(nu[1](t,u[1],u[2]),u[2])=0;
      PDE[2]:=-1/2*beta*(d/dt)(tau(t))-beta*(d/dx1)(nu1(t,u1,u2))-beta*(d/dx2)(nu1(t,u1,u2))=0
> pdsolve(PDE[1],nu[2]);
      nu2(t,u1,u2)=1/2*(d/dt)(tau(t))/beta+int(F1(t,u2*beta-u1)/beta)
> pdsolve(PDE[2],nu[1]);
      nu1(t,u1,u2)=1/2*(d/dt)(tau(t))/beta+int(F1(t,u2*beta-u1)/beta)
>
  
```

В полученных выражениях F_1 - произвольная, дважды непрерывно дифференцируемая функция. Подставим найденные выражения для функций ν^1 и ν^2 в третье, четвертое и пятое уравнения системы (10). После преобразований получим:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}u_1\tau_{tt} - F_t - \beta^2\kappa_{u_1} - \beta\kappa_{u_2} = 0, \\ -\frac{1}{2\beta}u_1\tau_{tt} - F_t - \beta\kappa_{u_1} - \kappa_{u_2} = 0, \\ \frac{\beta^2}{2}\kappa_{u_1u_1} + \beta\kappa_{u_1u_2} + \frac{1}{2}\kappa_{u_2u_2} - \kappa_t = 0. \end{cases}$$

Из первых двух уравнений полученной системы следует, что

$$\tau_{tt} = 0, \text{ следовательно, } \tau = c_1t + c_2.$$

Кроме того, также $F_t = 0$, т.е. данная функция не зависит от переменной t . Таким образом, для вычисления функции κ имеем систему:

$$\begin{cases} \beta\kappa_{u_1} + \kappa_{u_2} = 0, \\ \frac{\beta^2}{2}\kappa_{u_1u_1} + \beta\kappa_{u_1u_2} + \frac{1}{2}\kappa_{u_2u_2} - \kappa_t = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Решаем эту систему также с помощью функций Maple:

```

Maple 7 - [2 mos] - [Gene II]
File Edit View Insert Format Specialized Options Window Help
[Icons]
> restart;
> with(PDEtools);
> PDE[1]:=-1/2*diff(tau(t),t)-beta*diff(nu[2](t,u[1],u[2]),u[1])-diff(nu[2](t,u[1],u[2]),u[2])=0;
      PDE[1]:=-1/2*(d/dt)(tau(t))-beta*(d/dx1)(nu2(t,u1,u2))-beta*(d/dx2)(nu2(t,u1,u2))=0
> PDE[2]:=-1/2*beta*diff(tau(t),t)-beta*diff(nu[1](t,u[1],u[2]),u[1])-diff(nu[1](t,u[1],u[2]),u[2])=0;
      PDE[2]:=-1/2*beta*(d/dt)(tau(t))-beta*(d/dx1)(nu1(t,u1,u2))-beta*(d/dx2)(nu1(t,u1,u2))=0
> pdsolve(PDE[1],nu[2]);
      nu2(t,u1,u2)=1/2*(d/dt)(tau(t))/beta+int(F1(t,u2*beta-u1)/beta)
> pdsolve(PDE[2],nu[1]);
      nu1(t,u1,u2)=1/2*(d/dt)(tau(t))/beta+int(F1(t,u2*beta-u1)/beta)
> PDE[3]:=-beta*diff(kappa(t,u[1],u[2]),u[1])+diff(kappa(t,u[1],u[2]),u[2])=0;
      PDE[3]:=-beta*(d/dx1)(kappa(t,u1,u2))+beta*(d/dx2)(kappa(t,u1,u2))=0
> pdsolve(PDE[3]);
      kappa(t,u1,u2)=int(F1(t,u2*beta-u1)/beta)
>
  
```

Проверка показывает, что найденная функция действительно является решением второго уравнения системы (11). Теперь достаточно подставить найденную функцию τ в выражения для

ν^1 и ν^2 :

$$\nu^1 = \frac{1}{2}u_1c_1 + F(\beta u_2 - u_1),$$

$$\nu^2 = \frac{1}{2\beta}u_1c_1 + F(\beta u_2 - u_1)$$

Подставляя найденные функции в общий вид операторов (6), найдем операторы симметрии уравнения Фоккера-Планка (9):

$$X_1 = \partial_t, X_2 = \partial_{u_1}, X_3 = \partial_{u_2},$$

$$X_4 = 2\beta t\partial_t + \beta u_1\partial_{u_1} + u_1\partial_{u_2},$$

$$X_5 = \beta^2 t\partial_{u_1} + \beta t\partial_{u_2} - u_1 p\partial_p, X_6 = f(\beta u_2 - u_1)p\partial_{u_1},$$

где f произвольная дважды дифференцируемая функция по переменным u_1 и u_2 .

Легко заметить, что из этих операторов, операторами симметрии уравнения Ито является X_1, X_2, X_6 , а также проекция оператора X_4 . Для оператора X_4+X_6 координаты касательного вектора (τ, ν^1) совпадают с координатами соответствующего вектора для уравнения Ито, а функции ν^2 и κ удовлетворяют условию теоремы 2.

Пример 2. Рассмотрим уравнение

$$du(t) = \left(\frac{u(t)}{2(\gamma-1)} + \frac{\gamma B^2}{2} (u(t))^{2\gamma-1} \right) dt + B(u(t))^\gamma dW(t), \quad (12)$$

где $B, \gamma \neq 1, \gamma > 0$ - постоянные.

Актуальность рассмотрения подобного уравнения связана с вопросами изучения существования и единственности решения [18]. Кроме того, решение этого уравнения имеет и физический смысл: оно является амплитудой решения более сложного СДУ параболического типа, описывающего процесс горения в случайной среде [19].

Система уравнений для определения координат касательного вектора группы уравнений Ито имеет вид [17]:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Bu^\gamma \xi_t - Bu^\gamma \eta_u - \eta_w + \gamma u^{\gamma-1} \eta = 0, \\ \frac{1}{2}B^2 u^{2\gamma} \eta_{uu} + Bu^\gamma \eta_{uw} - \\ - \left(\frac{u}{2(\gamma-1)} + \frac{\gamma B^2}{2} u^{2\gamma-1} \right) (\xi_t - \eta_u) - \\ - \left(\frac{1}{2(\gamma-1)} + (\gamma-1) \frac{\gamma B^2}{2} u^{2\gamma-2} \right) \eta = 0. \end{cases}$$

Из этой системы найдем операторы симметрии уравнения (11):

$$X_1 = \partial_t,$$

$$X_2 = e^{-t}\partial_t - \frac{e^{-t}u}{2(1-\gamma)}\partial_u, \quad X_3 = \frac{4}{B}e^{-\frac{t}{2}}\partial_t + u^\gamma w e^{-\frac{t}{2}}\partial_u,$$

$$X_4 = u^\gamma e^{-\frac{t}{2}} \partial_u.$$

Подставим коэффициенты

$$a(t, u_1) = \frac{u_1}{2(\gamma-1)} + \frac{\gamma B^2}{2} u_1^{2\gamma-1},$$

$$\sigma(t, u_1) = B u_1^\gamma$$

в систему (7), получим такие операторы симметрии уравнения Фоккера-Планка:

$$X_1 = \partial_t,$$

$$X_2 = e^{-t} \partial_t - \frac{e^{-t} u_1}{2(1-\gamma)} \partial_{u_1} - \left(\frac{u_2 e^{-t}}{2} + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-s} u_2(s) ds \right) \partial_w +$$

$$+ \frac{e^{-t}}{2(1-\gamma)} p \partial_p,$$

$$X_3 = \frac{4}{B} e^{-\frac{t}{2}} \partial_t + u^\gamma w e^{-\frac{t}{2}} \partial_u -$$

$$- \frac{1}{B} \left(w e^{-\frac{t}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\frac{s}{2}} w(s) ds \right) \partial_w +$$

$$+ \left(\left(-\gamma u^{\gamma-1} w + \frac{\gamma}{B(\gamma-1)} \right) e^{-\frac{t}{2}} - \frac{3\gamma}{2B(\gamma-1)} \right) p \partial_p,$$

$$X_4 = u^\gamma e^{-\frac{t}{2}} \partial_u - \gamma u^{\gamma-1} e^{-\frac{t}{2}} p \partial_p, X_5 = \partial_v, X_6 = p \partial_p.$$

Таким образом, как нетрудно видеть, симметрия уравнения Ито (12) является проекцией симметрии соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера-Планка.

Выводы.

В статье сформулировано определение расширенного уравнения Фоккера – Планка, соответствующего заданному уравнению Ито. Проанализирована взаимосвязь между симметрией СДУ Ито и соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка. В отличие от обычного уравнения Фоккера-Планка, соответствующего уравнению Ито, расширенное уравнение содержит производные не только по фазовой переменной u_1 , но и по переменной u_2 , что отвечает значению винеровского процесса. При замене времени и фазовой переменной винеровский процесс также подлежит изменениям. Учитывая этот факт, наличие в уравнении Фоккера - Планка переменной u_2 , соответствующей W позволяет строить новые операторы симметрии, для которых соответствующие конечные преобразования изменяют функцию p . Симметрия, допускаемая уравнением Ито, является проекцией симметрии соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера - Планка при выполнении определенных условий. Следовательно, мы можем выч

ислять симметрию уравнения Фоккера - Планка, не применяя алгоритм Ли, а используя лишь систему определяющих уравнений для стохастического дифференциального уравнения Ито.

Литература.

1. Cont R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues / J. Quant. Finance – 2001. – 1 - p. 223-236.
2. Эргодические свойства возвратных диффузионных процессов и решения задачи Коши для параболических уравнений. / Р.З. Хасьминский // ж. Теория вероятностей и ее приложения. – 1960. - Т. 5, № 2. - С. 198-212.
3. Shtelen W.M., Stogny V. Symmetry properties of one- and two- dimensional Fokker – Plank equations //J. Phys. A: Math. Gen.- 1989, 22, p. L539-L543.
4. Spichak S., Stogny V. One- dimensional Fokker – Plank equation invariant under four- and six- parametrical group //J. Phys. A: Math. Gen.- 1999, 32, № 7, p. 8341-8353.
5. В. И. Лагно, С.В. Спичак, В.И. Стогний. Симметричный анализ уравнений эволюционного типа. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 392 с.
6. Federico Finkel. Symmetries of the Fokker – Plank equation with a constant diffusion matrix in 2 + 1 dimensions // J. Phys. A: Math. Gen. 32 (1999), p. 2671 – 2684.
7. Risken H. The Fokker – Plank equation, //Springer Series in Synergetics, Vol. 18 – Berlin: Springer, Heidelberg, 1984, p.
8. Rudra P. Symmetry classes of the Fokker – Plank equations //J. Phys. A: Math. Gen., 1990, 23, p. L1663-L1670.
9. Risken H. The Fokker – Plank equation, Berlin: Springer, 1989, 472 p.
10. Овсяников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1978. – 400 с.
11. Bluman G.W. On the transformation of diffusion processes into the Wiener process // SIAM J. Appl. Math. — 1980. — 39. — P. 238—247.
12. Стогний В.І. Симетрійні властивості двовимірного рівняння Фокера—Планка // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. — 2000. — № 1. — С. 134—136.
13. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения: введение в теорию и приложения / Б. Оксендаль. - М.: Мир, ООО «Издательство АСТ», 2003. – 408 с.
14. Ибрагимов Н. Х. Азбука группового анализа. – Москва: Знание: Новое в жизни, науке и технике, 1989/8, 44 с.
15. Ибрагимов Н. Х. Опыт группового анализа. – Мос

- ква: Знание: Новое в жизни, науке и технике, 1989/9, 45 с.
16. Винберг Э. Б., Онищик А. Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. – М.: УРСС, 1995, 344 с.
 17. Alexandrova O. V. Group analysis of the Ito Stochastic system/ Olga V. Alexandrova // Differential Equations and Dynamical Systems. – 2006. - Vol. 14, № 3/4. - P.255 – 279.
 18. Крылов Н.Б., Розовский Б.Л., О стохастических эволюционных процессах // ж. Результаты науки и инженерии, современные проблемы математики. Москва: ВИНТИ, 1979, № 14, с. 72–147.
 19. Мельник С.А. Расслоение решений квазилинейного стохастического уравнения параболического типа// ж. Украинский математический вестник, 2006, т.3, №2, с. 242 – 254.
 20. Aleksandrova O.V. Group classification of the linear stochastic differential Ito equation.// Вестник Донецкого национального университета. - №2/2014, сер.4: Естественные науки, Донецк, 2014. - С. 26 – 31.

УДК 004.0- 517.8- 621.3

Александрова О. В. Взаимосвязь симметрии стохастического дифференциального уравнения Ито и соответствующего ему уравнения Фоккера – Планка.

Аннотация. В статье рассматривается уравнение в частных производных, тесно связанное со стохастическим дифференциальным уравнением Ито. Исследуется взаимосвязь симметрий, которые допускает уравнение Ито и соответствующее ему уравнение Фоккера - Планка. Доказана теорема, при выполнении условий которой симметрия уравнения Ито является проекцией симметрии соответствующего ему расширенного уравнения Фоккера – Планка. Вычисления были сделаны при помощи специальных функций Maple.

Ключевые слова: стохастическое дифференциальное уравнение, симметрия, уравнение Фоккера – Планка.

Aleksandrova O. V. The interconnection of symmetries of Ito stochastic differential equation and corresponding to him Fokker - Planck equation.

Abstract. In article the differential equation in partial derivatives was considered, which is closely associated with the stochastic differential equation Ito. We investigate the interconnection of symmetry, which are allowed by the Ito equation and corresponding to him the Fokker - Planck equation. The theorem is proved, under conditions of which the symmetry of the Ito equation is the projection of the symmetry of the corresponding extended Fokker - Planck equation. The calculations were made by means of special functions Maple.

Key words: symmetries, stochastic differential equation by Ito, Fokker – Plank equation.

Статья поступила в редакцию 20.1.2017
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко

УДК 004.0- 621.3

Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевы функции

А.И. Андрюхин,
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,
alexandruckin@ramber.ru

Андрюхин А.И. Сознание, обратная связь и негативные рефлексивные булевы функции. Эта работа относится к фундаментальной проблеме определения гипотетических базовых примитивов самосознания. Человеческий мозг основываясь на их свойствах, способен самоорганизовываться и адаптироваться во внешней среде. Представлены основные направления программы «Brain», основные концепты нейросистем. В работе определены классы негативных рефлексивных булевых функций. Выполнена их классификация. Все негативные рефлексивные булевы функции от двух и трех переменных приведены. Также все рефлексивные булевы функции от четырех переменных определены. Показана возможность осцилляции сигналов в базовых элементах, которые реализуют негативные рефлексивные функции. Результаты компьютерных экспериментов приведены. Программная система Вольфрам Математика использовалась в расчетах.

Ключевые слова: рефлексия, булевы функции, самоорганизация, самосознание, мозг

Введение

Проблема реализации сознания относится к базовым проблемам науки и любые прорывы в ней повлекут за собой резкое изменение в жизни человечества.

Основная задача работы заключается в проверке свойств элементов рефлексивной булевой логики быть базовыми элементами сознания системы мозга.

Подчеркнем, что система, построенная из исследуемых негативных рефлексивных булевых элементов, должна сама быть рефлексивной.

Тогда при таком подходе построения, системы подобного рода являются самоподобными и рефлексивными, и следовательно, обладают фрактальными свойствами, т.е. теми свойствами, которые демонстрирует человеческий мозг.

Программа BRAIN

Необходимо отметить для проблемы реализации сознания ее необычайно важное военное значение. Так военные США проводят исследования, позволяющие воздействовать на нервную систему с точностью в нейрон. Основой их деятельности является анонсированная в 2013 г. президентом США государственная инициатива BRAIN (Brain Research through Advancing Innovative Neurotechnologies)[1].

В ней основным содержанием является разработка технологий, позволяющих:

- 1) изучать функционирование клеток мозга;
- 2) понимать процессы мышления и запоминания;

3) моделировать процессы, происходящие в человеческом мозгу.

Согласно планам финансирования основными темами исследований для военных и разведки являются:

- 1) расширение возможностей мышления,
- 2) реабилитация дефектов и повреждений нервной системы,
- 3) построение систем искусственного интеллекта, функционирующих подобно мозгу человека,
- 4) разработка эффективных интерфейсов человек — компьютер, т.е. трансляция мысленной деятельности человека в дискретную форму и обратно.

Основой этих разработок является так называемая «нейронная пыль», которая позволяет использовать совершенно новый способ изучения и взаимодействия с мозгом[2-4]. Это беспроводное устройство имеет размеры, позволяющие ему быть имплантированным в отдельные нервы. Оно способно обнаружить электрическую активность нервов и мышц глубоко внутри тела и использует ультразвук для соединения, питания и связи. В опытных разработках каждый нервная пылинка (3 миллиметра в длину, 1 миллиметр в высоту и 4/5 миллиметра толщиной) имеет пьезоэлектрический кристалл, который может преобразовывать механическую энергию из ультразвуковых импульсов, передаваемых извне тела в электрическую энергию. Энергия этих 60 ультразвуковых импульсов, передаваемых каждую секунду, приводит в движение датчики и другую электронику.

Пьезоэлектрические кристаллы отражают некоторые входящие ультразвуковые импульсы. Электроника в нервной пыли может изменять импульсы, которые рассеиваются наружу, и поэтому могут передавать данные, передаваемые по беспроводной связи. В экспериментах с крысами ученые обнаружили, что нервные пылинки, имплантированные в нервные и мышечные волокна в ноге, могут записывать и передавать электрические

Каждая частица нервной пыли состоит из стандартных схем CMOS и датчиков, которые измеряют электрическую активность в соседних нейронах. Это связано с пьезоэлектрическим материалом, который преобразует сверхзвуковые звуковые волны в электрические сигналы и наоборот.

Система имеет малую мощность, высокое пространственное разрешение и легко переносима. Она также прочна и потенциально может обеспечить связь в течение длительных периодов времени. Этим снимается главное препятствие в взаимодействии мозг-компьютер, которым является отсутствие имплантируемого в нервную систему интерфейса, который остается жизнеспособным в течение всей жизни.

Трудность заключается в проектировании и создании такой системы, и сегодняшняя работа представляет собой теоретическое исследование этих проблем. Во-первых, является проблема проектирования и построения нейронных частиц пыли в масштабе примерно 100 микрометров, которые могут передавать и принимать сигналы в суровых условиях, теплой и шумной обстановке внутри тела.

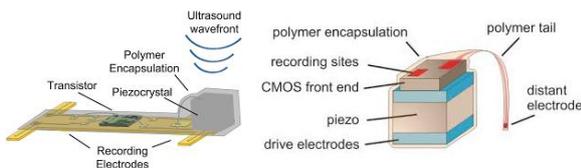


Рисунок 1. – Нейронная пыль.

Современная нейронная логика

Здесь необходимо отметить работы [4-5]. В [5] для создания схемной модели идеализированного нейрона используют общепринятые свойства нейронов, которые хорошо изучены. В ней предлагаются базовые нейронные подсистемы, которые специалисты должны найти достаточно интересными. Эти подсистемы предлагают правдоподобную новую систему для сознания, которая не будет очевидна в рамках молекулярной биологии и биохимии. Автор считает справедливым принцип, что мозг не нарушает какой-либо известный принцип

физики и возможно применение теории цепей и систем для объяснения структурного строения и функционирования мозга. Мозг человека моделируется как система пульсирующих нейронов, в комплекте с электрическими соединениями с другими пульсирующими нейронами. Для демонстрации этого, необходимо более детально моделировать синапсы и память, используя новые и захватывающие элементы схемы, без которых мозг не может функционировать как система. В результате предлагается новая система человеческого потока сознания. Можно оценить эти исследования, как новую область Neuro circuit и Neuro systems (NCANS).

Предлагаемые элементы схем и системы вводятся и проверяются для объяснения процессов мозга.

Модель системы потока сознания может быть описана следующим образом. Набор атрибутов в STM (кратковременная память) является сигналами для поиска связанных изображений в ассоциативном LTM (долговременная память). Отклик с высшим приоритетом выбирается из полученных результатов и перезаписывает содержимое затухающего STM. Процесс повторяется, давая движущуюся картину в сознательном STM.

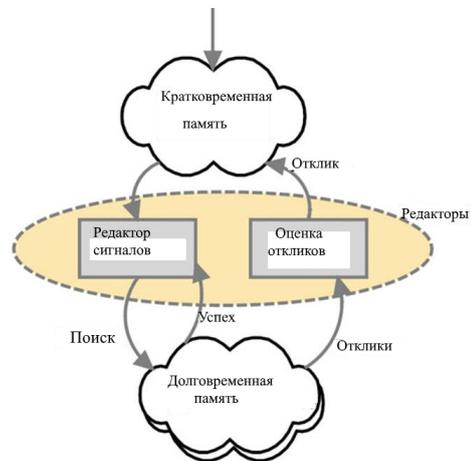


Рисунок 2. – Система потока сознания.

Процессы мозга в настоящее время описываются с помощью основных концептов нервной деятельности. К ним относятся как структурные элементы, такие как нейрон и мембрана, так и процессы возбуждения и торможения.

Основные характеристики нейронного импульса представлены на рис.3.

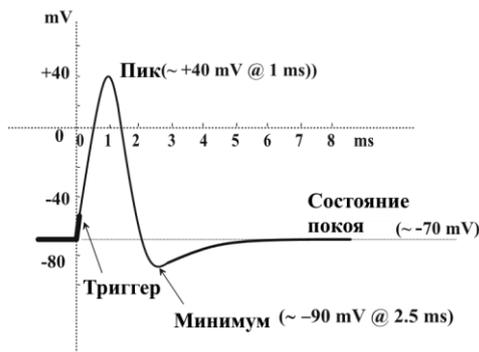


Рисунок 3. – Характеристики нейронного импульса[5].

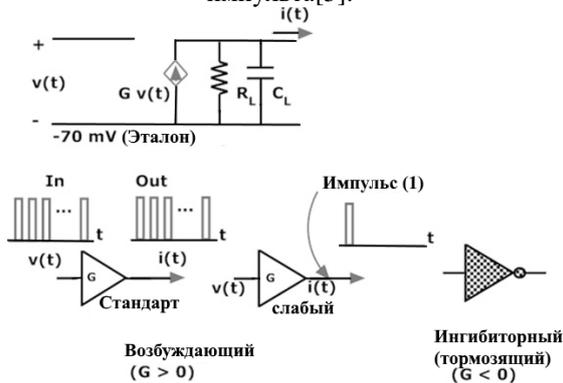


Рисунок 4. – Модели синаптического контакта: возбуждающий, возбуждающий с единичным импульсом, тормозящий.

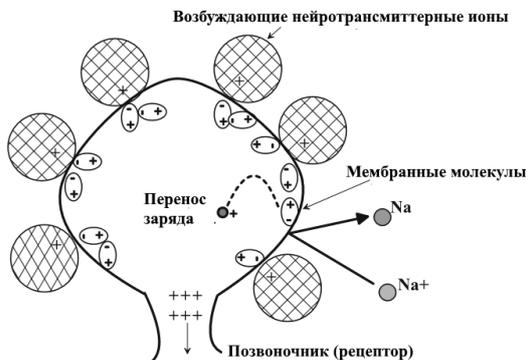


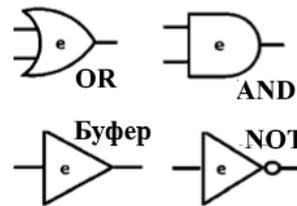
Рисунок 5. – Срабатывание мембраны при ее возбуждении нейротрансмиттерными ионами.

На рис. 6 приведены символы для нейронной логики, которые позволяют более точно описывать мозговую деятельность[5]. Выделяются дендритные примитивы и синапсы наряду с обычными логическими вентилями (Enabled).

Как правило, входы и выходы считаются импульсами нервной системы. D относится к дендритами и E относится к разрешающей логике.



Дендритная логика



Разрешающая логика переключений

Рисунок 6. – Нейронные логики.

Задержка не считается логическим элементом, хотя она является неотъемлемой частью дендритных систем и важна для логической системы.

Дендритные AND, XOR требуют, чтобы импульсы поступали одновременно. Дендритная логика подвержена обратным распространениям, так что поток сигналов может возвращаться с выхода на вход и дендритные элементы ИЛИ, XOR разрешают проход слабого сигнала в обратном направлении.

Включенная логика может иметь аксон, который проводит выходной импульс. Аксоны сопротивляются обратному распространению. Не существует разрешенного XOR, использующего один нейрон, хотя можно было бы рассмотреть два слоя нейронов со специальными условиями на количество импульсов. Символы буфера и NOT похожи на синаптические символы. Контекст использования этих примитивов должен быть четким или должны четко использоваться обозначения d и e.

Разрешающая логика в дендритах и some

Включенная логика зависит от применения заряда к входной емкости до тех пор, пока не будет достигнут порог срабатывания.

В частности, мы имеем логический элемент И, если один вход подает половину требуемого заряда, а другой вход подает вторую половину, чтобы инициировать импульсный импульс. В обычной логике не требуется, чтобы импульсы поступали одновременно, поэтому в этом смысле в ней это проще. Тем не менее, импульсы все равно должны поступать в течение определенного периода времени, или существующий заряд будет рассеиваться. Требуется место для накопления заряда, часто принимаемое за емкость большей сомы в нейроне;

На каждый нейрон приходится всего одна сома, поэтому на каждый нейрон будет меньше задействованных ветвей. Включенная логика сродни искусственным концепциям нейронной сети, при которых (обычно DC) входы суммируются линейно для достижения порогового значения. Однако взвешивание входов обычно фиксируется в активированной логике, поскольку импульсы с активной мембраны обычно имеют фиксированные формы сигнала. Специализированные нейроны могут производить разный импульс в импульсе и даже в разных формах, однако, поэтому возможны более экзотические формы взвешивания.

Задержка в дендритах оценивается (очень грубо) в 15 см/мс. Задержка сигнала определяется длиной пути, а также емкостью мембраны пути и такими параметрами тока зарядки, как плотность проводящих пор (или ионных каналов) и т.п. Модели дендритной логики представлены на рис.7-9.

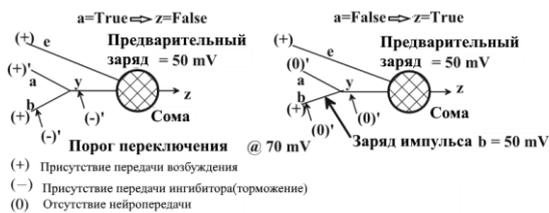


Рисунок 7. – Функционирование дендритного элемента НЕ.



Рисунок 8. – Дендритные элементы И и ИЛИ.

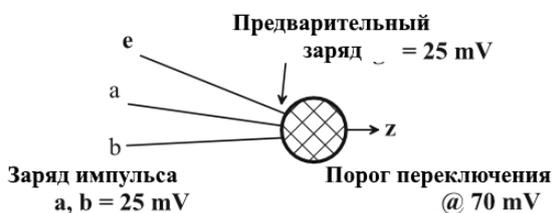


Рисунок 9. – AND-элемент

Синапсы

Синапс - это целенаправленный разрыв между бутоном на окончаниях аксона и рецептором, обычно расположенным на

позвоночнике дендрита. Этот промежуток называется синаптической щелью. Он обычно имеет ширину около 20 нм ($20 \cdot 10^{-9}$ м). По оценкам, мозг содержит намного больше синапсов, чем нейронов, возможно, 500 триллионов (10^{12} нейронов). Это в среднем около 103 синапсов на каждый нейрон, некоторые больше, некоторые меньше. Нейроны обычно не касаются друг друга физически.

В отличие от общего синапса иногда требуется слабый синапс, который стимулирует одиночный импульс в его дендритном рецепторе, обозначенный далее импульс (1) и который физически наблюдаем. Зачастую один точный дендритный импульс необходим для точного отсчета времени.

Основные модели при описании синапсов представлены на рис.10-11.

Для более точной модели функционирования нервной деятельности необходимо использовать гибридные схемы (см.рис.).

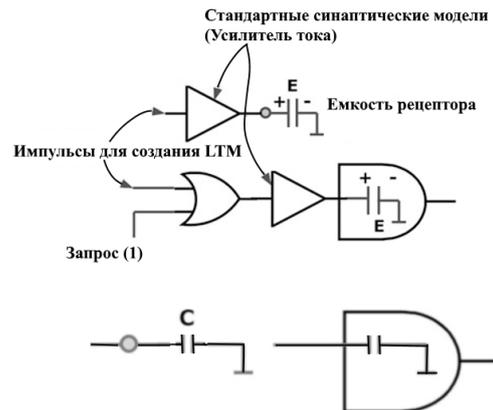


Рисунок 10. – Модели синапсов: а) долгосрочная емкость;б) физический контакт с большим объектом.

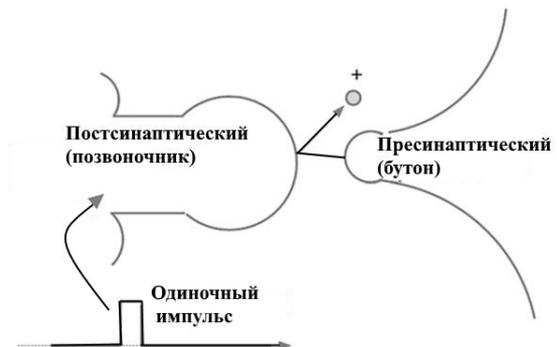


Рисунок 11.. – Слабый синапс для одиночного импульса

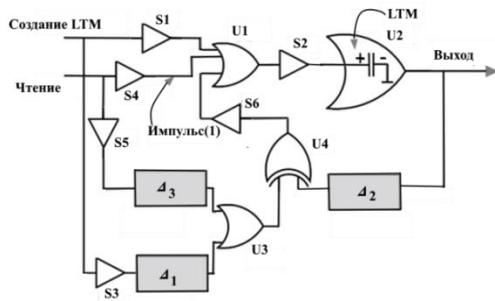


Рисунок 12. – Гибридная схема LTM (S4,S5-слабые синапсы)

Для данной работы наиболее интересна рекурсивная нейронная сеть на рис.13.

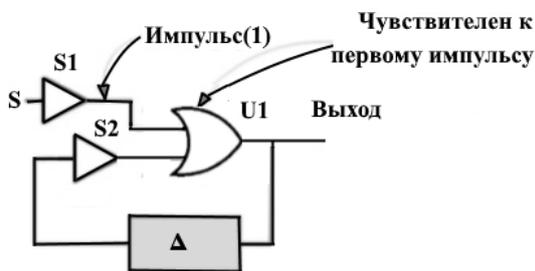


Рисунок 13. – Рекурсивная нейронная сеть

Обратная связь в дискретных устройствах

Любая нетривиальная система (адаптивная система) должна иметь обратные связи и поэтому выполним небольшой обзор использования обратной связи в дискретных устройствах перед анализом негативных рефлексивных функций.

На рис.14 представлена реализация простейшего элемента последовательной логики.



Рисунок 14. – Простейший элемент последовательной логики

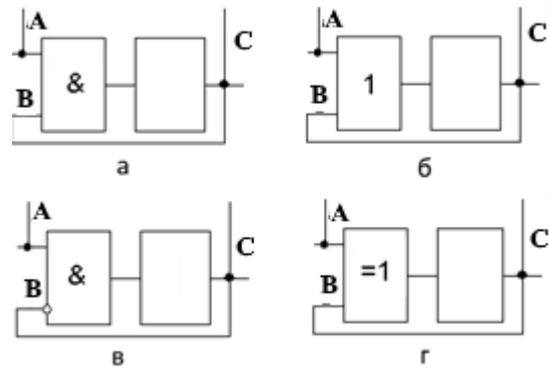


Рисунок 15. – ОС с базовыми вентилями

Представленные на рис 15 варианты ОС возможно использовать различным способом, в частности

А) Конъюнктивная ОС позволяет реализовать такие операции, как конъюнктивное (минимальное) управление, пропорциональное совпадению сигналов, задержку по фронту и задержку по срезу конъюнктивное защелкивание, синхронный запуск сигналов требуемой конфигурации, преобразование частоты;

Б) Дизъюнктивная ОС, аналогично конъюнктивной, позволяет реализовать дизъюнктивное (максимальное) управление, пропорциональное расхождению сигналов, переводить из одного состояния в другое, осуществлять дизъюнктивное защелкивание, преобразование частоты, синхронный запуск синхронных сигналов необходимой конфигурации, задержку по фронту и срезу

В) Запрещающая ОС позволяет обеспечить управляющее воздействие, пропорциональное задержке сигнала и различные другие воздействия.

Г) ОС «сложение по модулю 2»(EXOR) позволяет обеспечить управление, пропорциональное разности сигналов.

Обобщением предыдущих вариантов можем считать рис.16, в котором комбинационная логическая ОС позволяет построить устройства с управляемостью по требуемому закону.



Рисунок 16. – Обобщение ОС с базовыми вентилями

Негативные рефлексивные булевы

По аналогии с результатами работы [6] рассмотрим негативные рефлексивные булевы функции i -ого порядка, которые обладают свойством

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, \neg \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n), x_{i+1}, \dots, x_n) = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Обозначим через $\Phi_{i,j}$ множество негативных рефлексивных булевых функций i -порядка от j переменных. Также обозначим через Φ_j множество негативных рефлексивных булевых функций от j переменных.

Решаемая в статье задача состоит в расширении результатов [6] и построении негативных рефлексивных булевых функций зависящих от 2, 3, 4 и более переменных и изучении их определенных свойств.

Негативные рефлексивные булевы функции от двух переменных

Общее число всех булевых функций от n переменных определяется формулой $2^{f(n)}$, где $f(n)=2^n$. Отсюда следует известный результат, что число булевых функций от 2 переменных равно 16, число булевых функций от 3 переменных равно 256, число булевых функций от 4 переменных равно 65536 и т.д.

Для негативных функций от двух переменных мы имеем рефлексивные формы 1 и 2 порядка, представленные на рис.3.

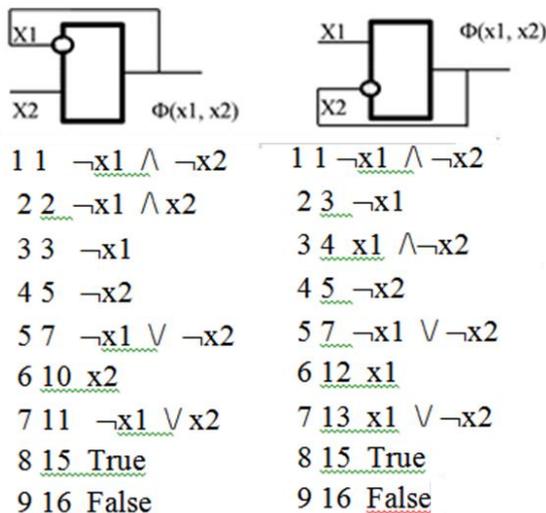


Рисунок 17 – Негативные рефлексивные булевы функции 1 и 2 порядка.

Ниже представлен список из 4 (из общего числа 9) нетривиальных булевых выражений 1-порядка от двух переменных, для которых выполняется соотношение $\Phi(x1,$

$x2)=\Phi(\neg\Phi(x1,x2), x2)$ и в выражении для этих функций присутствуют обе переменные $x1, x2$.

- 1 1 $\neg x1 \wedge \neg x2$
- 2 2 $\neg x1 \wedge x2$
- 3 7 $\neg x1 \vee \neg x2$
- 4 11 $\neg x1 \vee x2$

Аналогично мы можем представить список из 4 (из общего числа 9) нетривиальных булевых выражений 2-порядка от двух переменных, для которых выполняется соотношение $\Phi(x1, x2)=\Phi(x1, \neg\Phi(x1,x2))$ и в выражении для этих функций присутствуют обе переменные $x1, x2$.

- 1 1 $\neg x1 \wedge \neg x2$
- 2 4 $x1 \wedge \neg x2$
- 3 7 $\neg x1 \vee \neg x2$
- 4 13 $x1 \vee \neg x2$

Второе число в строке описания этих функций и далее в других списках означает их номер в системе Wolfram Mathematica (оператор BooleanFunction).

Пересечением множеств $\Phi_{1,2}$ и $\Phi_{2,2}$ являются функции $\neg x1 \wedge \neg x2$ и $\neg x1 \vee \neg x2$.

Негативные рефлексивные булевы функции первого порядка от трех переменных

Начиная с этого раздела будем использовать вместо знака отрицания \neg символ !. На рис.18 представлена негативно-рефлексивная булева функция 1 порядка, так как

$$\Phi(x1, x2, x3)=\Phi(\neg\Phi(x1,x2, x3), x2, x3).$$

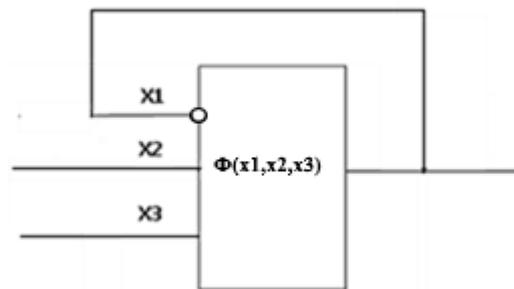


Рисунок 18. –Негативная рефлексивная булева функция от трех переменных 1 порядка

Ниже представлен список из 56 нетривиальных булевых выражений от трех переменных 1 порядка.

- 1 1 $!x1 \wedge !x2 \wedge !x3$
- 2 4 $!x1 \wedge x2 \wedge !x3$
- 3 7 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
- 4 13 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$

- 5 16 $x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
 6 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 7 20 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3)$
 8 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 9 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 10 28 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2)$
 11 29 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 12 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 13 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 14 52 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3)$
 15 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 16 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 17 61 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 18 64 $x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
 19 65 $(x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 20 67 $(x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 21 69 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 22 71 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 23 76 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 24 77 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 25 79 $!x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 26 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 27 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 28 84 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 29 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 30 92 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_2)$
 31 93 $(!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 32 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 33 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 34 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 35 116 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 36 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 37 124 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 38 125 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 39 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 40 193 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 41 196 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 42 197 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 43 199 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 44 205 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
 45 208 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 46 209 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 47 211 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 48 212 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 49 213 $(x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
 50 215 $(x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 51 220 $(x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
 52 223 $!x_1 \vee x_2 \vee !x_3$
 53 241 $x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 54 244 $x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
 55 247 $x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 56 253 $x_1 \vee x_2 \vee !x_3$

Рефлексивные булевы функции второго порядка от трех переменных

На рис.19 представлена негативно-рефлексивная булева функция 2 порядка, так как

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \Phi(x_1, \neg\Phi(x_1, x_2, x_3), x_3).$$

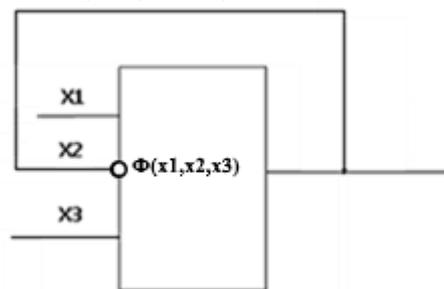


Рисунок 19. –Негативно-рефлексивная булева функция от трех переменных 2 порядка

Ниже представлен список из 54 нетривиальных булевых выражений от трех переменных 2 порядка

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
 2 2 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3$
 3 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 4 11 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 5 16 $x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
 6 18 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3)$
 7 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 8 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 9 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 10 26 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 11 27 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 12 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 13 32 $x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3$
 14 33 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 15 35 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 16 37 $(x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 17 39 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 18 42 $(!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 19 43 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 20 47 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 21 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 22 50 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 23 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
 24 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 25 58 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 26 59 $(!x_1 \wedge x_3) \vee !x_2$
 27 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 28 82 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge x_3)$
 29 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
 30 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 31 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
 32 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
 33 114 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 34 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
 35 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
 36 122 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3)$
 37 123 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge x_3) \vee !x_2$
 38 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
 39 161 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3)$
 40 162 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_2 \wedge x_3)$
 41 163 $(x_1 \wedge x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$

42 171 $(!x1 \wedge !x2) \vee x3$
 43 176 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3)$
 44 177 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 45 178 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x2 \wedge x3)$
 46 179 $(x1 \wedge x3) \vee !x2$
 47 181 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (!x1 \wedge !x3)$
 48 183 $(x1 \wedge x3) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee !x2$
 49 186 $(x1 \wedge !x2) \vee x3$
 50 191 $!x1 \vee !x2 \vee x3$
 51 241 $x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
 52 242 $x1 \vee (!x2 \wedge x3)$
 53 247 $x1 \vee !x2 \vee !x3$
 54 251 $x1 \vee !x2 \vee x3$

9 23 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 10 28 $(x1 \wedge !x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2)$
 11 29 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 12 31 $!x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
 13 49 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 14 52 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2 \wedge !x3)$
 15 53 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
 16 55 $(!x1 \wedge !x3) \vee !x2$
 17 61 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 18 64 $x1 \wedge x2 \wedge !x3$
 19 65 $(x1 \wedge x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2 \wedge !x3)$
 20 67 $(x1 \wedge x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2)$
 21 69 $(!x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
 22 71 $(!x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 23 76 $(!x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 24 77 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
 25 79 $!x1 \vee (x2 \wedge !x3)$
 26 81 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 27 83 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge !x2)$
 28 84 $(x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
 29 87 $(!x1 \wedge !x2) \vee !x3$
 30 92 $(x1 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2)$
 31 93 $(!x1 \wedge x2) \vee !x3$
 32 112 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge !x3)$
 33 113 $(x1 \wedge !x2) \vee (x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 34 115 $(x1 \wedge !x3) \vee !x2$
 35 116 $(x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 36 117 $(x1 \wedge !x2) \vee !x3$
 37 124 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 38 125 $(x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge x2) \vee !x3$
 39 127 $!x1 \vee !x2 \vee !x3$
 40 193 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2 \wedge !x3)$
 41 196 $(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 42 197 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
 43 199 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee (x2 \wedge !x3)$
 44 205 $(!x1 \wedge !x3) \vee x2$
 45 208 $(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge !x3)$
 46 209 $(x1 \wedge x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 47 211 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 48 212 $(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge !x3) \vee (x2 \wedge !x3)$
 49 213 $(x1 \wedge x2) \vee !x3$
 50 215 $(x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x2) \vee !x3$
 51 220 $(x1 \wedge !x3) \vee x2$
 52 223 $!x1 \vee x2 \vee !x3$
 53 241 $x1 \vee (!x2 \wedge !x3)$
 54 244 $x1 \vee (x2 \wedge !x3)$
 55 247 $x1 \vee !x2 \vee !x3$
 56 253 $x1 \vee x2 \vee !x3$

Негативные рефлексивные булевы функции третьего порядка от трех переменных

Число всех рефлексивных булевых функций равно 81, так как помимо нетривиальных к ним добавляются False, True, x1 и некоторые другие.

На рис.20 представлена негативно-рефлексивная булева функция 3 порядка, так как $\Phi(x1, x2, x3) = \Phi(x1, x2, \neg\Phi(x1, x2, x3))$.

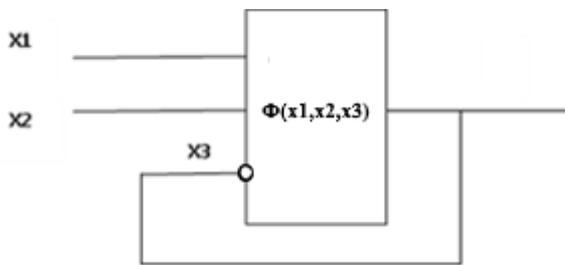


Рисунок 20. –Негативно-рефлексивная булева функция от трех переменных 3 порядка.

Ниже представлен список из 56 нетривиальных булевых выражений от трех переменных, которые определены как негативные рефлексивные булевы функции 3 порядка.

Мы считаем их нетривиальными, так как в выражении для этих функций присутствуют все три переменные x1, x2, x3.

1 1 $!x1 \wedge !x2 \wedge !x3$
 2 4 $!x1 \wedge x2 \wedge !x3$
 3 7 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
 4 13 $(!x1 \wedge x2) \vee (!x1 \wedge !x3)$
 5 16 $x1 \wedge !x2 \wedge !x3$
 6 19 $(!x1 \wedge !x2) \vee (!x2 \wedge !x3)$
 7 20 $(x1 \wedge !x2 \wedge !x3) \vee (!x1 \wedge x2 \wedge !x3)$
 8 21 $(!x1 \wedge !x3) \vee (!x2 \wedge !x3)$

Структура множества негативных рефлексивных булевых функций от трех переменных

Структура N_3 представлена на рис.21 и справедлива формула $N_3 = N_{1,3} \vee N_{2,3} \vee N_{3,3}$.

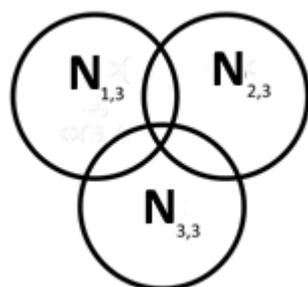


Рисунок 21. –Структура множества N_3 .

Пересечение множеств $N_{1,3}$ и $N_{2,3}$ включает следующие функции:

- 1 64 $x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
- 2 84 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 3 128 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$
- 4 168 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 5 196 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 6 200 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 7 208 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
- 8 212 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 9 213 $(x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
- 10 216 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 11 220 $(x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
- 12 224 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$
- 13 228 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 14 232 $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 15 234 $(x_1 \wedge x_2) \vee x_3$
- 16 236 $(x_1 \wedge x_3) \vee x_2$
- 17 244 $x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 18 248 $x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 19 253 $x_1 \vee x_2 \vee !x_3$
- 20 254 $x_1 \vee x_2 \vee x_3$

Пересечение множеств $N_{1,3}$ и $N_{3,3}$ представлено ниже.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 4 $!x_1 \wedge x_2 \wedge !x_3$
- 3 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 4 13 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 5 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 8 29 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 9 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 10 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 11 69 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 12 71 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 13 76 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 14 77 $(!x_1 \wedge x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 15 79 $!x_1 \vee (x_2 \wedge !x_3)$
- 16 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 17 93 $(!x_1 \wedge x_2) \vee !x_3$
- 18 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

- 19 205 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee x_2$
- 20 223 $!x_1 \vee x_2 \vee !x_3$

Пересечением множеств $N_{2,3}$ и $N_{3,3}$ является следующий список функций.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 3 16 $x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 4 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 5 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 8 49 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 9 53 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 10 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 11 81 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 12 83 $(x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_1 \wedge !x_2)$
- 13 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 14 112 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3)$
- 15 113 $(x_1 \wedge !x_2) \vee (x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 16 115 $(x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 17 117 $(x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 18 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$
- 19 241 $x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 20 247 $x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

Элементами пересечением множеств $N_{1,3}$ и $N_{2,3}$, а также $N_{2,3}$ являются функции в следующем списке.

- 1 1 $!x_1 \wedge !x_2 \wedge !x_3$
- 2 7 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3)$
- 3 19 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 4 21 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 5 23 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee (!x_1 \wedge !x_3) \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 6 31 $!x_1 \vee (!x_2 \wedge !x_3)$
- 7 55 $(!x_1 \wedge !x_3) \vee !x_2$
- 8 87 $(!x_1 \wedge !x_2) \vee !x_3$
- 9 127 $!x_1 \vee !x_2 \vee !x_3$

Негативные рефлексивные булевы функции от четырех переменных

Структура N_4 представлена на рис.22 и справедлива формула $N_4 = N_{1,4} \vee N_{2,4} \vee N_{3,4} \vee N_{4,4}$.

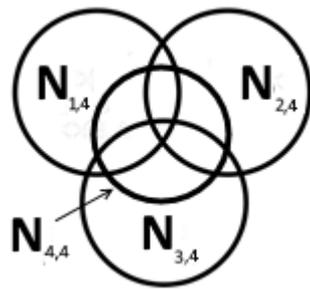


Рисунок 22. –Структура множества N_4 .

На основании компьютерного расчета с помощью модифицированной программы были получены результаты таблицы 1.

В ней представлены характеристики рефлексивных и негативных рефлексивных функций.

Под полными понимаем функции у которых в записи присутствуют все 4 переменные.

Таблица 1. Число функций от 4 переменных с заданными порядками

Номер	Порядки	Рефлексивные		Негативно-рефлексивные	
		Все	Полные	Все	Полные
1	1	6293	5860	6225	5792
2	2	5826	5397	5884	5455
3	3	5946	5513	5946	5513
4	4	5946	5513	5946	5513
5	1,2	1276	1088	1264	1076
6	1,3	1238	1047	1240	1054
7	1,4	1276	1088	1272	1084
8	2,3	1166	982	1202	1018
9	2,4	1232	1046	1254	1068
10	3,4	1285	1097	1285	1097
11	1,2,3	396	302	396	302
12	1,2,4	396	302	396	302
13	1,3,4	398	304	398	304
14	2,3,4	386	292	400	306
15	1,2,3,4	168	114	168	114

Ясно, что их все невозможно представить в данной статье.

Приведем только множество функций с номером 15, которые обладают свойствами рефлексивности любого порядка из 4.

- 1 32768 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 2 32896 $x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 3 34816 $x_1 \wedge x_3 \wedge x_4$
- 4 34944 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 5 34952 $x_3 \wedge x_4$
- 6 40960 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_4$
- 7 41088 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 8 41120 $x_2 \wedge x_4$

- 9 43008 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 10 43136 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 11 43144 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 12 43168 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 13 43176 $(x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 14 43520 $x_1 \wedge x_4$
- 15 43648 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 16 43656 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 17 43680 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 18 43688 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 19 43690 x_4
- 20 49152 $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$
- 21 49280 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 22 49344 $x_2 \wedge x_3$
- 23 51200 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 24 51328 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 25 51336 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 26 51392 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 27 51400 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 28 52224 $x_1 \wedge x_3$
- 29 52352 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 30 52360 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 31 52416 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 32 52424 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 33 52428 x_3
- 34 57344 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4)$
- 35 57472 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 36 57504 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 37 57536 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 38 57568 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 39 59392 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 40 59520 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 41 59528 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 42 59552 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 43 59560 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 44 59584 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 45 59592 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 46 59616 $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 47 59624 $(x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 48 59904 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4)$
- 49 60032 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 50 60040 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 51 60064 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 52 60072 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 53 60074 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee x_4$
- 54 60096 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3)$
- 55 60104 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 56 60128 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 57 60136 $(x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 58 60138 $(x_2 \wedge x_3) \vee x_4$
- 59 60416 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3)$
- 60 60544 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_4)$
- 61 60552 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 62 60576 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)$
- 63 60584 $(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4)$
- 64 60608 $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$

65 60616	$(x1 \wedge x2 \wedge x4) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	120 64704	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3)$
66 60620	$(x1 \wedge x2 \wedge x4) \vee x3$	121 64712	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
67 60640	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	122 64716	$(x1 \wedge x2) \vee x3$
68 60648	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	123 64736	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
69 60652	$(x2 \wedge x4) \vee x3$	124 64744	
70 60928	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4)$		$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
71 61056	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	125 64748	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
72 61064	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	126 64752	$(x1 \wedge x3) \vee x2$
73 61088	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	127 64760	$(x1 \wedge x3) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
74 61096	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	128 64764	$x2 \vee x3$
75 61098	$(x1 \wedge x3) \vee x4$	129 65024	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4)$
76 61120	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	130 65152	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$
77 61128	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	131 65160	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
78 61132	$(x1 \wedge x4) \vee x3$	132 65184	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$
79 61152	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	133 65192	
80 61160			$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	134 65194	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee x4$
81 61162	$(x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$	135 65216	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$
82 61164	$(x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$	136 65224	
83 61166	$x3 \vee x4$		$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
84 61440	$x1 \wedge x2$	137 65228	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee x3$
85 61568	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	138 65248	
86 61600	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4)$		$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
87 61632	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3)$	139 65256	
88 61664	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$		$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
89 61680	$x2$		
90 63488	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4)$	140 65258	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$
91 63616	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	141 65260	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
92 63624	$(x1 \wedge x2) \vee (x3 \wedge x4)$	142 65262	$(x1 \wedge x2) \vee x3 \vee x4$
93 63648	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	143 65264	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee x2$
94 63656	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	144 65272	$(x1 \wedge x3) \vee (x1 \wedge x4) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
95 63680	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	145 65274	$(x1 \wedge x3) \vee x2 \vee x4$
96 63688	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	146 65276	$(x1 \wedge x4) \vee x2 \vee x3$
97 63712	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	147 65278	$x2 \vee x3 \vee x4$
98 63720	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	148 65280	$x1$
99 63728	$(x1 \wedge x3 \wedge x4) \vee x2$	149 65408	$x1 \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$
100 63736	$x2 \vee (x3 \wedge x4)$	150 65416	$x1 \vee (x3 \wedge x4)$
101 64000	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4)$	151 65440	$x1 \vee (x2 \wedge x4)$
102 64128	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	152 65448	$x1 \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
103 64136	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	153 65450	$x1 \vee x4$
104 64160	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4)$	154 65472	$x1 \vee (x2 \wedge x3)$
105 64168	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	155 65480	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$
106 64170	$(x1 \wedge x2) \vee x4$	156 65484	$x1 \vee x3$
107 64192	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3)$	157 65504	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$
108 64200	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	158 65512	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$
109 64224	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$	159 65514	$x1 \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$
110 64232		160 65516	$x1 \vee (x2 \wedge x4) \vee x3$
	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x4) \vee (x2 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$	161 65518	$x1 \vee x3 \vee x4$
111 64234	$(x1 \wedge x2) \vee (x2 \wedge x3) \vee x4$	162 65520	$x1 \vee x2$
112 64240	$(x1 \wedge x4) \vee x2$	163 65528	$x1 \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$
113 64248	$(x1 \wedge x4) \vee x2 \vee (x3 \wedge x4)$	164 65530	$x1 \vee x2 \vee x4$
114 64250	$x2 \vee x4$	165 65532	$x1 \vee x2 \vee x3$
115 64512	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3)$	166 65534	$x1 \vee x2 \vee x3 \vee x4$
116 64640	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x3 \wedge x4)$	167 65535	True
117 64648	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x3 \wedge x4)$	168 65536	False
118 64672	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4)$		
119 64680	$(x1 \wedge x2) \vee (x1 \wedge x3) \vee (x2 \wedge x4) \vee (x3 \wedge x4)$		

Расчеты для функций от пяти переменных малоосуществимы.

Расчеты для функций от шести и более переменных на данном этапе являются невозможными.

Анализ негативных рефлексивных булевых функций

Приведем в этом разделе типичные графики для непрерывных функции, которые при булевых значениях переменных имеет негативные рефлексивные значения для элемента на рис.23.

Необходимо отметить, что возможны иные варианты непрерывных функции, которые при булевых значениях переменных имеет негативные рефлексивные значения.

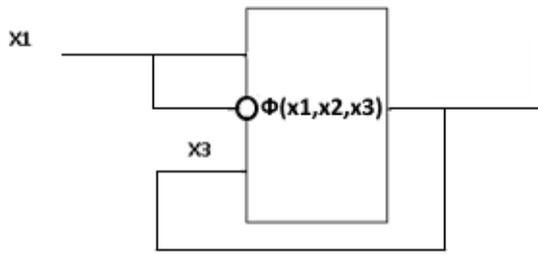


Рисунок 23. –Негативный рефлексивный элемента.

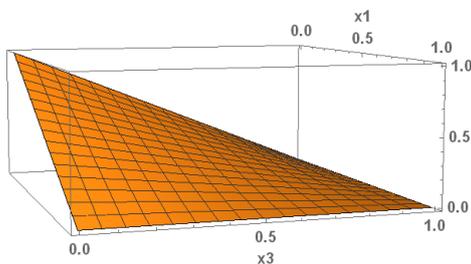


Рисунок 24. – График $P_1(x_1, x_3) = 1 - x_1 - x_3 + x_1 * x_3$.

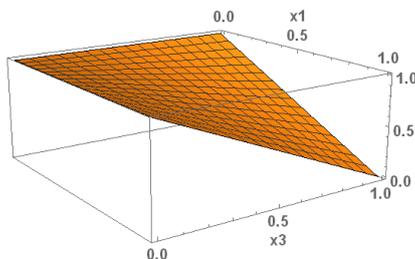


Рисунок 25. – График $P_2(x_1, x_3) = 2 - x_1 - (1 - x_1)(1 - x_3) - x_3$.

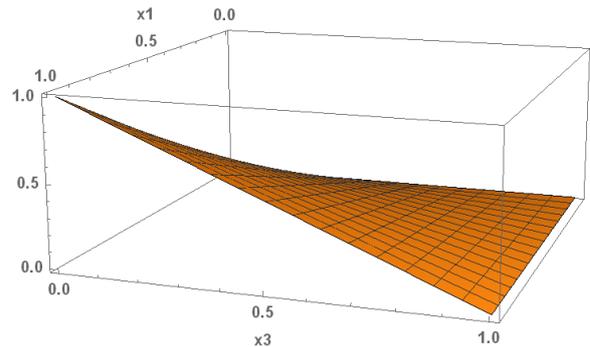


Рисунок 26. – График $P_3(x_1, x_3) = x_1(1 - x_3)$.

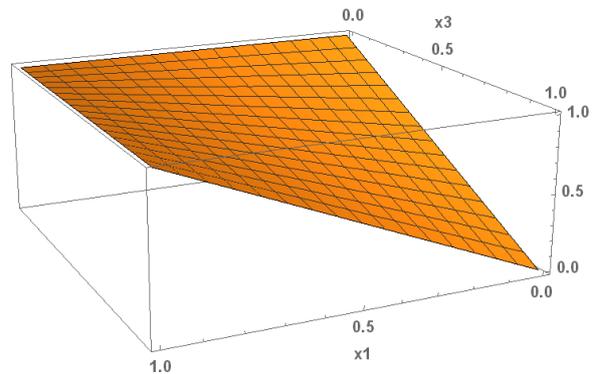


Рисунок 27. – График $P_3(x_1, x_3) = 1 + x_1 - x_1(1 - x_3) - x_3$.

Осцилляции в базовых негативных рефлексивных булевых элементах

Основным свойством биологического нейрона является генерация импульсов и естественно задать вопрос: возможны ли осцилляции для базового рефлексивного булевого элемента изображенного на рис.23 ?

Рассматривая одно из устойчивых состояний и учитывая, что полярные входы нейтрализуют друг друга, можем записать для обратной связи по третьему входу, что $X(t-\Delta) - X(t) = 0$. Здесь Δ -величина задержки, которую мы считаем в нашей модели постоянной. Используя формулу Тейлора для 3, 4, 5 порядка малости получаем уравнения (1), (2), (3) приведенные ниже.

$$-\Delta X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] = 0 \quad (1)$$

$$-\Delta * X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] + \frac{1}{24} \Delta^4 X^{(4)}[v] = 0 \quad (2)$$

$$-\Delta X'[t] + \frac{1}{2} \Delta^2 X''[t] - \frac{1}{6} \Delta^3 X^{(3)}[t] + \frac{1}{24} \Delta^4 X^{(4)}[t] - \frac{1}{120} \Delta^5 X^{(5)}[t] = 0 \quad (3)$$

Общие решения с точностью 5 знаков для этих уравнений имеют вид:

А) для (1)

$$X[t] = C3 + 0.06454 * e^{\frac{1.5t}{\Delta}} \Delta \left((-5C1 + 3.87298 * C2) \cos \left[\frac{1.93649t}{\Delta} \right] + (3.87298C1 + 5C2) \sin \left[\frac{1.93649t}{\Delta} \right] \right);$$

Б) для (2)

$$X[t] = 0.35902 * e^{\frac{2.785292t}{\Delta}} \Delta C1 + (0.070485 + 0.33329i) e^{\frac{(0.60735 - 2.87189i)t}{\Delta}} \Delta C2 + (0.070485 - 0.33329i) e^{\frac{(0.60735 + 2.87189i)t}{\Delta}} \Delta C3 + C4;$$

В) для (3)

$$X[t] = (-0.01553 + 0.28983i) e^{-\frac{(0.184358 + 3.44037i)t}{\Delta}} \Delta C1 - (0.01553 + 0.28983i) e^{-\frac{(0.184358 - 3.44037i)t}{\Delta}} \Delta C2 + (0.26553 + 0.16855i) e^{\frac{(2.684358 - 1.70399i)t}{\Delta}} \Delta C3 + (0.26553 - 0.16855i) e^{\frac{(2.684358 + 1.70399i)t}{\Delta}} \Delta C4 + C5.$$

Вид решения зависит от начальных данных. Так при $\Delta = -1$, $X[0] = 0$, $X'[0] = 7$, $X''[0] = -7$ (для 2 и 3 уравнений имеем нулевые соответствующие производные) следующие решения рис.28-30 :

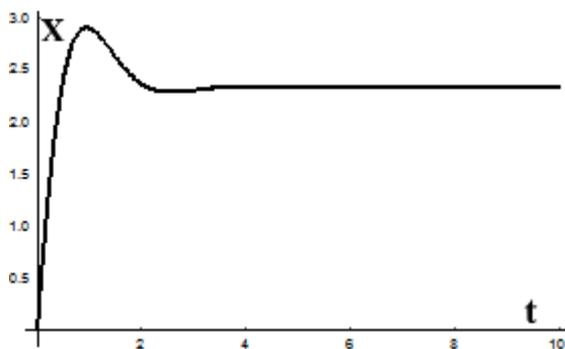


Рисунок 28. – Решение уравнения (1).

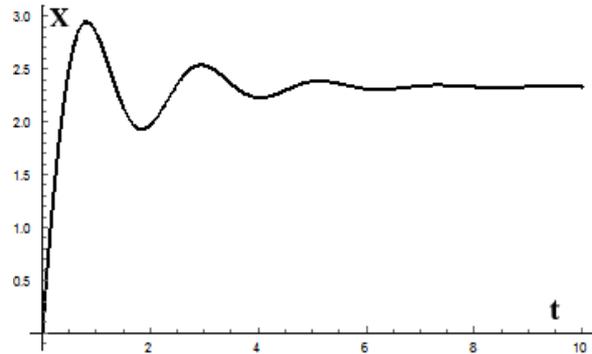


Рисунок 29. – Решение уравнения (2).

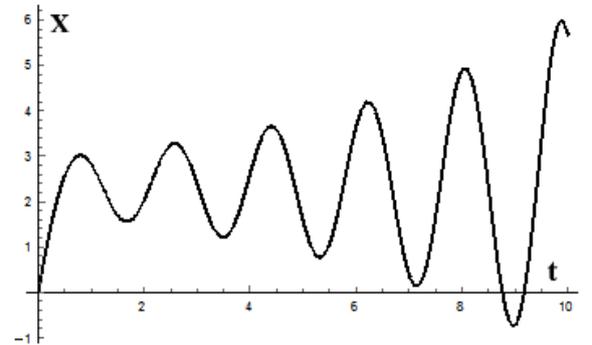


Рисунок 30. – Решение уравнения (3).

Применение рефлексивных булевых рассуждений

Рассмотрим общий ход рефлексивных рассуждений Фреге с их достаточно значимым выводом в [6].

Г.Фреге показывает на основе сравнения бинарных признаков свойств сущностей анализа, что существует третья область помимо области представлений человека и области объектов внешнего мира.

Согласно логическим исследованиям Фреге, мысль не является объектом внешнего мира, а также не является внутренним представлением человека, т. е. существует мир мыслей, отдельно от человеческого мира. Так представления не могут быть восприняты сенсорными системами (слух, зрение...) представлениями обладают, т.е. представления требуют существования носителя и имеют только одного носителя. Они разделяют внутренний и внешний мир для человека.

Мысль не является ни внутренним представлением, ни объектом внешнего мира.

Существует 3-я область, элементы которой мысли – совпадают с представлениями, в том отношении, что они не могут быть восприняты сенсорными подсистемами,

чувствами.

С объектами внешнего мира мысли совпадают в том, что они не предполагают носителя (не зависят от субъекта).

Пример – мысль, выраженная в теореме Пифагора, является истинной безотносительно ко времени.

Аналогичный подход мы видим при анализе известных языковых высказываний в [8-10]. В [11] рассматривается влияние рефлексивных процессов в эволюции социальных отношений и их эффективности.

Заключение

В работе даны определения негативных рефлексивных булевых функций. Они рассматриваются, как базовые примитивы самосознания.

В работе определены классы негативных рефлексивных булевых функций и выполнена их классификация. Приведены все негативные рефлексивные булевы функции от двух и трех переменных. Также вычислены все негативные рефлексивные булевы функции от четырех переменных.

Необходимо подчеркнуть, присутствие обратных связей в нашем примитиве (как дендритные элементы ИЛИ, XOR) разрешает проход слабого сигнала в обратном направлении.

Показана возможность осциллирования для базового рефлексивного булевого элемента.

Система построенная из исследуемых негативных рефлексивных булевых элементов сама является рефлексивной, т.е. является самоподобной и следовательно, обладает фрактальными свойствами.

Необходимо отметить, что основная часть изложенных результатов получена на компьютере и относится, по образному выражению С.Вольфрама, к «экспериментальной математике». Если основной работой математика или сущностью математики считать формулировку и доказательство теорем, то в отличие от этой деятельности выражение «экспериментальная математика» выглядит по крайней мере странным.

Но аргументы Херша о гуманистической философии математики становятся еще более убедительными в современном окружении [12].

1. Математика - это человек. Она является частью культуры человечества. Это не соответствует концепции Фреге абстрактной,

вневременной(или безвременной), объективной реальности.

2. Математическое знание ошибочно. Как в науке, математика может продвигаться, делая ошибки, а затем исправляя или даже корректируя их. Эти свойства математики блестяще доказываются в «Доказательствах и опровержениях» Лакатоса.

3. Существуют разные нормы строгости доказательств. Нормы строгости могут варьироваться в зависимости от времени, места и других факторов. Использование компьютерных доказательств, примером которых служит компьютерное доказательство четырехцветной теоремы о 4 красках, является лишь одним из примеров появления нетрадиционного стандарта строгости.

4. Эмпирические данные, численные эксперименты и вероятностные доказательства могут помочь нам решить, чему верить в математике. Аристотелевская логика не обязательно всегда является лучшим способом решения.

5. Математические объекты являются особым разнообразием социально-культурно-исторического объекта. Вопреки утверждениям некоторых постмодернистских хулителей математика не может быть отброшена как просто новая форма литературы или религии (однако необходимо отметить, что подобные мысли высказывал и Дж. фон Нейман).

Многие математические объекты можно рассматривать как общие идеи, такие как «Моби Дик» в литературе или «Непорочное зачатие в религии».

В любом случае математика является и останется уникальным человеческим начинанием.

Социальный конструктивистский тезис состоит в том, что математика - это социальное строительство, культурный продукт, ошибочный, как любая другая отрасль знаний.

В данной работе компьютер играл центральную роль, помог определить некоторые объекты и более ясно и конкретно задать относящиеся к ним вопросы.

Литература

1. https://en.wikipedia.org/wiki/BRAIN_Initiative

2. Dongjin Seo, Jose M. Carmena, Jan M. Rabaey, Elad Alon, Michel M. Maharbiz. Neural Dust: An Ultrasonic, Low Power Solution for Chronic Brain-Machine Interfaces. Доступно на <https://arxiv.org/abs/1307.2196>

3. <http://www.activistpost.com/2012/02/elite-think-tanks-neuroscience-and.html>

4. Neural Fields. Theory and Applications. Ed. S. Coombes, P. Graben, R. Potthast, J. Wright. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2014.-487 p.

5. J. R. Burger. Brain Theory From A Circuits And Systems Perspective. How Electrical Science Explains Neuro-circuits, Neuro-systems, and Qubits .Springer Science+Business Media New York 2013,227 p.

6. Андриюхин А.И Рефлексивные булевы функции// ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА. – Д.: ДонНТУ, – 2016. – № 4(6). – с.4-13

7. Г.Фреге. Мысль: логическое исследование //Философия, логика, язык.- М.:Прогресс,1987.-с.18-47.

8. Андриюхин А.И., Кузнецов А.В. Компьютерное исследование физических аспектов рефлексивности мышления человека//Научные труды ДГТУ.Серия:Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем.Вып. 29.2002 г.,с.218-226.

9. Андриюхин А.И. Модельные представления антиномии в булевых сетях // Искусственный интеллект, 1998, N 1, с. 35–4

10. Андриюхин А. И. Вероятностные оценки рефлексивных логических связей / А. И. Андриюхин // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. - 2015. - Вип. 1. - С. 147-154. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npdntu_inf_2015_1_25.pdf.

11. Лепский В.Е., Зорина Г.И. Рефлексивное предприятие XXI века//Рефлексивные процессы и управление, № 2, 2005, том 5,с.21-401.

12. David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Neil J. Calkin, Roland Girgensohn, D. Russell Luke, Victor H. Moll. Experimental Mathematics in Action. A K Peters, Ltd. Wellesley, Massachusetts, 2007,

Andruxkin A.I. Consciousness, feedback and negative reflexive Boolean functions. This work refers to the fundamental problem of determining hypothetical basic primitives of self-awareness. The human brain, based on their properties, is able to self-organize and adapt in the external environment. The main directions of the "Brain" program, the main concepts of neurosystems are presented. In this paper, classes of negative reflexive Boolean functions are defined. Their classification is carried out. All negative reflexive Boolean functions of two and three variables are given. Also, all reflexive Boolean functions of four variables are defined. The possibility of signal oscillation in basic elements that realize negative reflexive functions is shown. The results of computer experiments are given. The software system Wolfram Mathematics was used in calculations.

Keywords: reflexion, Boolean functions, self-organization, self-awareness, brain

Андриюхин О.І Свідомість, зворотний зв'язок і негативні рефлексивні булеві функції. Ця робота відноситься до фундаментальної проблеми визначення гіпотетичних базових примітивів самосвідомості. Людський мозок ґрунтуючись на їх властивості, здатний самоорганізовуватися і адаптуватися в зовнішньому середовищі. Представлені основні напрямки програми «Brain», основні концепти нейросистем. В роботі визначені класи негативних рефлексивних булевих функцій. Виконана їх класифікація. Всі негативні рефлексивні булеві функції від двох і трьох змінних наведені. Також всі рефлексивні булеві функції від чотирьох змінних визначені. Показана можливість осциляції сигналів в базових елементах, які реалізують негативні рефлексивні функції. Результати комп'ютерних експериментів наведені. Програмна система Вольфрам Математика використовувалася в розрахунках.

Ключові слова: рефлексія, булеві функції, самоорганізація, самосвідомість, мозок

*Статья поступила в редакцию 20.1.2017
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко*

УДК 004.0- 517.8- 621.3

Рефлексивная референция и анализ квайнов

А.И. Андриухин, В.А. Полетаев

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк,
alexandruckin@ramber.ru

Андриухин А.И. Полетаев В.А. Рефлексивная референция и анализ квайнов. В работе рассматривается известная задача построения программы, которая сама себя распечатывает. Построены расширения этой проблемы. Реализованы программы, которые печатают заданное число копий собственного кода ,копию себя с задаваемыми суффиксами и префиксами. Программы построены на языке Python. Выполнен историко-философский анализ семиотического соотношения имени объекта и самого объекта. Рассмотрена связь задачи программы, которая сама себя распечатывает с известными семиотическими проблемами и концепциями. В частности, показана тесная связь структуры таких программ с диадой Пирса.
Ключевые слова: рефлексия, имя, референция, семиотика, самосознание

Введение

Естественным и истинным представляется утверждение, что мышление не существует без слов и слово, в частности слово(имя), является необходимым и высшим результатом мысли. Но является справедливым и утверждение, что человек может мыслить и без употребления слов и так называемое бессловесное мышление есть необходимый этап в его развитии. Более того, бессловесное мышление зачастую понимается как переход на высший уровень мысли и преодоления словесной ступени.

Это прекрасно выражено в известной притче, которая отражает соотношения смысла и слова: «Силками пользуются для ловли зайцев. Поймав зайца, забывают про силки. Словами пользуются, чтобы внушить смысл. Внушив смысл, забывают по слова. Где мне найти человека, забывшего слова, чтобы перекинуться с ним словом?»

Основным актом интеллектуальной системы есть операция «дать имя» и естественно является базовой в деятельности программиста.

Без рефлексивных механизмов понимания невозможен полный анализ объектов. Инструменты рефлексии мы должны применять для повышения уровня понимания. Простейший рефлексивный механизм работает, как диада двух уровней знания: предметного знания и знания о предметном знании («я знаю, что я знаю...»).

Согласно [1], «Когито» («cogito»), означающее, как известно, «мыслю», заключает в себе нечто большее, чем указание на познавательный акт, символизируемый записью $S \rightarrow O$; в акте «когито» присутствует момент самонаправленности ($S \rightarrow S$): «Я мыслю себя мыслящим», или «Я мыслю: «Я мыслю»».

Рефлексивное понимание в своем одном

действии использует одно множество актов для репрезентации самого объекта, другое множество для репрезентации знаний об объекте. Учет рефлексивности принципиально усложняет познавательные процедуры, однако без соответствующих метаописаний, связанных, с рефлексивными конструкциями, очевидно не выйти из поверхности Мебиуса наблюдаемых объектов науки.

Гипотеза лингвистической относительности Сепира-Уорфа

В настоящее время естественный язык рассматривается как некоторый живой организм,

который возникнув под действием определенных, нам до конца неясных причин начинает самостоятельно развиваться, и оказывает решающее влияние на поведение и интеллект человека[2].

Простейшая формулировка гипотезы Сепира-Уорфа выглядит так: «Мышление человека обусловлено языком, на котором он говорит».

Так утверждают, что физические и математические конструкции произведений Ньютон определяются латинским и старофранцузским языками, на которых они описаны. Существует племя североамериканских индейцев «хоппи», конструкции языка которых наиболее приспособлены для выражения идей теории относительности Эйнштейна[3].

В настоящее время существуют различные группы специалистов, которые разделяют или не поддерживают истинность гипотезы Сепира-Уорфа по отношению к процессам восприятия или мышления человеком.

Анализ понятия имени

В античности считали, что слово – имя

вещи и сами вещи связаны единственным способом и поэтому развивалось учение о таинственных и магических свойствах имен.

Так Платон считал, что звуки языка могут представить объект или класс объектов и применяя соответствующие комбинации звуков можно добиться полного сходства с объектом и полного управления им.

Приведем абзац из диалога «Кратил» «Сократ. Да ведь смешные вещи, Кратил, творились бы с именами и вещами, которым принадлежат эти имена, если бы они были во всем друг другу тождественны. Тогда все бы словно раздвоилось, и никто не мог бы сказать, где он сам, а где его имя»[4].

Кант значительно позже подчеркнул идею условной связи имени(знака) с тем, что оно означает и указал, что отождествление знаков и объектов приводит к приписыванию знакам существования в области собственной реальности. Тем самым резко меняется модель мира и поэтому мистическое знание базируется на неправомерном смешивании объектов и знаков, знаковых операций и реальных действий.

Кант показал, что высказывание лишь имя (символ) для рефлексии, так как в нем нет непосредственного отображения объекта и фокус рефлексии направлен на имя (понятие), которое не является объектом сенсорного восприятия (созерцания), а не на сам объект: «...все наше познание о боге только символическое; и тот, кто берет его схематически с такими свойствами, как рассудок ,воля и т.д., которые доказывают свою объективную реальность лишь на существах в мире, впадает в антропоморфизм... »[5].

До сих пор интересен вопрос о произвольности имен и приведем мнения мыслителей прошлого.

Платон: «Давать имена нужно в соответствии с природой, а не так как заблагорассудится.»[6]

Гоббс:«Имя есть слово, произвольно выбранное в качестве метки с целью возбуждения в уме мыслей, сходных с прежними мыслями.

Имя служит признаком того, какие мысли были в уме говорящего и каких не было. Я считаю возникновение имен результатом произвола.»[7]

Локк: «Люди способны делать звуки знаками идей или мыслей. У людей есть способность пользоваться этими звуками как знаками внутреннего представления и замещать ими идеи своей души с тем, чтобы люди могли делать известными другим людям свои идеи, свои мысли.»[8]

Кант также объединял проблему знака с познанием и в частности, он подчеркивал факт связи настоящего с прошедшим через

обозначение и следовательно познание настоящего через знаковую систему.

Высказывание Канта: «Мыслить-значит говорить с самим собой...значит внутренне...слышать себя самого » есть сущность сегодняшней модели существования обратной связи(рефлексии) в говорящем. Сама рефлексия контролирует мысли говорящего и его отношение к именам(знакам) согласно правилам среды существования его же.

Исследование логики имени привело Лосева А.Ф. к описанию 67 его атрибутов[9].

Он дает сначала самое простое и общее определение слова, что «слово , или имя, есть смысл, или понимаемая, разумеваемая сущность»[9]. Развивая и уточняя это определение, получаем следуя Лосеву определение «имя есть смысловая энергия сущности предмета».

Более сложное определение имени согласно Лосева обнаруживает в себе рефлексивную связь: «имя есть...смысловая встреча субъекта с его предметом;короче: имя есть энергично выраженная умно-символическая стихия мифа, осмыслившая собой то или другое инобытие и тем приведшая его к встрече с самим собою:... »

Поиски универсальных языков

Идея универсального языка часто связывается с религиозным представлением о золотом веке человечества. Существуют современные исследования, которые пытаются реконструировать единый праязык.

Люди часто занимались проектированием универсального языка.Здесь мы укажем на римского врача Галена (130 г. н. э), Уильямс , дель Карно в конце 17в и др. К примеру, Уильямс: в «Эссе о реальной земле и философской земле» выделил 6 родов ЕЯ:

- 1)Трансцендентальные понятия(бог, природа)
- 2)Субстанции 3)Количества 4)Качества
- 5)Действия 6)Отношения

Таким образом этими категориями, он пытался представить полную энциклопедию человеческого знания.

Этот подход до сих пор представляет интерес для КИС, так как по ключу объекта можно определить часть информации об объекте.

Широкому распространению эсперанто в настоящее препятствуют по различным причинам (политическим, экономическим и т. д.)

Семиотический треугольник

Соотношения между знаком, субъектом и объектом представлен на рис.1.[10]

Следуя этой парадигме, предложение ЕЯ можно понимать, как сложное имя ситуации.



Рисунок 1 –Треугольник Фреге (Ричардс-Огден)

Предложение для европейского человека(Индоевропейская семья) обычно состоит из 3-х различных элементов: главными являются 2 (см.рис 2).

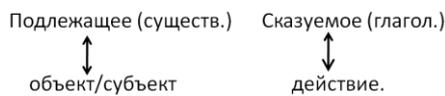


Рисунок 2 – Стандартной сопоставление частей предложения и выделяемых феноменов.

Следовательно, наша сетка восприятия мира или категоризация действительности трюична.

Система MARGIE для исследования ЕЯ

Появление этой системы оказала и оказывает большое влияние на решение проблемы понимания текста[11,12].

Обработка ЕЯ происходит в 3-х аспектах:отражение предложений естественного языка в их смысловое представление, хранение смыслового представления в памяти компьютера и осуществление умозаключений относительно полученного смысла, перевод смыслового представления на естественный язык.

Создатели этой системы (группа психологов,филологов, программистов) считали справедливым идею Хомского:«существует некоторый язык, язык посредник, который является врожденным для представителя человеческого рода». ЯП(язык-посредник) – это представление смыслов в предложениях ЕЯ1 и ЕЯ2.

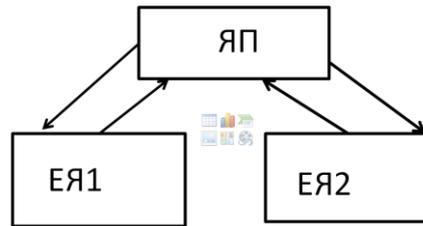


Рисунок 3 – Положение Н.Хомского.

К сожалению, в этой системе мало уделено внимание рефлексивной референции, хотя косвенно к ней можно отнести обратные умозаключения (см. рис.4). Это очевидно связано с основной целью системы: отображению и обработке разговорной речи.

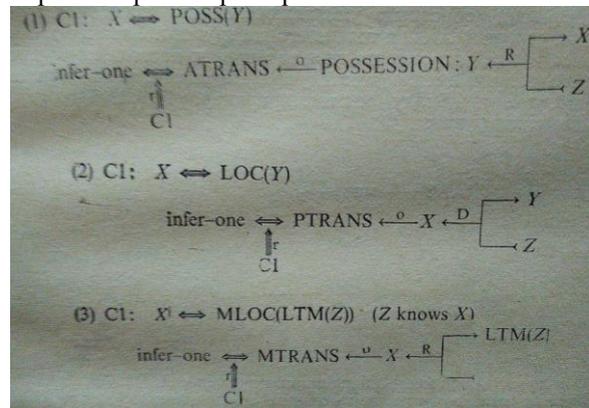


Рисунок 4 – Варианты обратного умозаключения в системе концептуальной обработки Margie.

Анализ квайна

Требования известной уже много десятилетий задачи построения программы, которая сама себя распечатывает можно изобразить согласно рис.5 [13] для языка программирования Python.

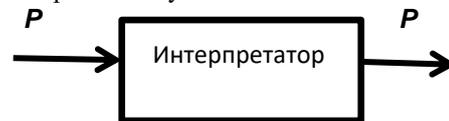


Рисунок 5 – P имя программы-воздействия P.

Построены расширения этой проблемы. Реализованы программы, которые печатают заданное число копий собственного кода ,копию себя с задаваемыми суффиксами и префиксами.

Решение этой задачи представлено своей структурно-функциональной основой на языке Python на рис .6.

Программный код этих решений на языке Python представлен на рис.7-9.

Можно выделить несколько основных

положений при ее решении.

Длина всей программы P равна сумме длин строк q, S, Print P_s.

Здесь q определяет символ (имя) начала и конца имен (символьных констант) в языке Python.

Имя S представляет собой указатель для символьной строки, которая является основой для построения имени всей программы P на основе указателей s1, s2..., и q, т.е. P=P_s(q, s1, s2, ...).

Подчеркнем, что S включает в себя Print P_s.

Мы обнаруживаем, здесь образцовый случай упорядоченной пары, т.е. пример, когда говорим о двух объектах одновременно, как будто это два объекта одного вида, рассматриваемые в один и тот же момент времени как один.

Под упорядоченной парой мы понимаем по Пирсу диаду, т.е. ментальную диаграмму, состоящая из двух образов, двух объектов, один из которых экзистенциально связан с одним членом пары, а другой с другим; Один присоединяет к объекту в качестве его обозначения символ, значение которого первый, а другой символ, значение которого второй[14].

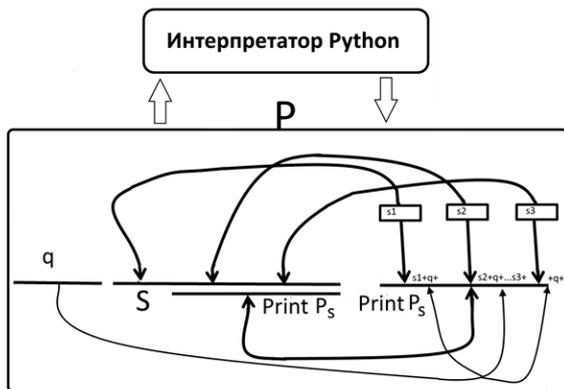


Рисунок 6 – Структура самораспечатывающейся программы.

На рис.6 мы видим несколько обратных связей.

Иные варианты решения этой задачи на разных языках программирования представлены в [2], в том числе и переход на собственное представление на плоскости, что демонстрирует формула Таппера.

Формула Таппера

Формула была опубликована в 2001 году в работе Джеффа Таппера, посвящённой разработанной им программе рисования графиков GrafEqx и создаёт собственное

изображение на плоскости[15].

Формула представлена на рис.11.

$$\frac{1}{2} < \left[\text{mod} \left(\left\lfloor \frac{y}{17} \right\rfloor 2^{-17[x] - \text{mod}(\lfloor y \rfloor, 17)}, 2 \right) \right]$$

Рисунок 11 – Формула Таппера[15]

Сама формула имеет назначение для декодирования растровых изображений, которые представлены двоичным числом k.

Формулу можно использовать для отображения различных изображений.

$$\frac{1}{2} < \left[\text{mod} \left(\left\lfloor \frac{y}{17} \right\rfloor 2^{-17[x] - \text{mod}(\lfloor y \rfloor, 17)}, 2 \right) \right]$$

Рисунок 12 – Результат работы формулы Таппера (область 1696×272 пикселей).

Отметим, что k представляет собой простой монохромный растр, который представляется, как двоичное число, умноженное на 17.

Младший бит от деления k на 17 будет соответствовать верхнему правому углу; 17 младших битов будут соответствовать правой колонке пикселей; следующие 17 младших битов будут определять вторую правую колонку и т. д.

$k = 960\ 939\ 379\ 918\ 958\ 884\ 971$
672 962 127 852 754 715 004 339 660 129 306 651 505 519 271 702 802 395 266
424 689 642 842 174 350 718 121 267 153 782 770 623 355 993 237 280 874 144
307 891 325 963 941 337 723 487 857 735 749 823 926 629 715 517 173 716 995
165 232 890 538 221 612 403 238 855 866 184 013 235 585 136 048 828 693 337
902 491 454 229 288 667 081 096 184 496 091 705 183 454 067 827 731 551 705
405 381 627 380 967 602 565 625 016 981 482 083 418 783 163 849 115 590 225
610 003 652 351 370 343 874 461 848 378 737 238 198 224 849 863 465 033 159
410 054 974 700 593 138 339 226 497 249 461 751 545 728 366 702 369 745 461
014 655 997 933 798 537 483 143 786 841 806 593 422 227 898 388 722 980 000
748 404 719 .

Рисунок 13 – Значение k[15].

Заключение

В работе рассматривается известная задача построения программы, которая сама себя распечатывает.

Выполнен историко-философский анализ соотношения имени объекта и самого объекта.

Показана связь задачи программ,, которая сама себя распечатывают с известными семиотическими проблемами и концепциями.

В частности, имеем тесную связь таких программ с диадой Пирса.

Построены расширения этой проблемы.

Реализованы программы, которые печатают заданное число копий собственного кода ,копию себя с задаваемыми суффиксами и префиксами.

Программы построены на языке Python.

```
*quain0.py - C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quain0.py (3.6.0)*
File Edit Format Run Options Window Help
q=""";s='q=""";s=:print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:]);print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:])
```

а)

```
Python 3.6.0 Shell
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.6.0 (v3.6.0:41df79263a11, Dec 23 2016, 07:18:10) [MSC v.1900 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
==== RESTART: C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quain0.py ====
q=""";s='q=""";s=:print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:]);print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:])
>>>
```

б)

Рисунок 7 – Python-программа самораспечатки а) код; б) результат.

```
*quine_with_string.py - C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_with_string.py (3.6.0)*
File Edit Format Run Options Window Help
q=""";s='q=""";s=:print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:]) Some string';print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:])
```

а)

```
Python 3.6.0 Shell
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.6.0 (v3.6.0:41df79263a11, Dec 23 2016, 07:18:10) [MSC v.1900 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
RESTART: C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_with_string.py
q=""";s='q=""";s=:print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:]) Some string';print(s[:3]+q+s[3:7]+q+s+q+s[7:]) Some string
```

б)

Рисунок 8 – Python-программа самораспечатки с суффиксом: а) код; б) результат.

```
quine_string_begining.py - C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_string_begining.py (3.6.0)
File Edit Format Run Options Window Help
q=""";m="Some string ";s='q=""";m=""";s=:print(m+s[:3]+q+s[3:8]+m+s[8:12]+q+s+q+s[12:]);print(m+s[:3]+q+s[3:8]+m+s[8:12]+q+s+q+s[12:])
```

а)

```
Python 3.6.0 Shell
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.6.0 (v3.6.0:41df79263a11, Dec 23 2016, 07:18:10) [MSC v.1900 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
RESTART: C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_string_begining.py
Some string q=""";m="Some string ";s='q=""";m=""";s=:print(m+s[:3]+q+s[3:8]+m+s[8:12]+q+s+q+s[12:]);print(m+s[:3]+q+s[3:8]+m+s[8:12]+q+s+q+s[12:])
>>>|
```

б)

Рисунок 9 – Python-программа самораспечатки с префиксом: а) код; б) результат

```
*quine_multiple_times.py - C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_multiple_times.py (3.6.0)*
File Edit Format Run Options Window Help
q=""";s='q=""";s=:print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3);print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3)
```

а)

```
Python 3.6.0 Shell
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.6.0 (v3.6.0:41df79263a11, Dec 23 2016, 07:18:10) [MSC v.1900 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
RESTART: C:\MY_LYBRARY_ALL\SCIENCE\ARTICLES\2017\quine_N7\quine_multiple_times.py
q=""";s='q=""";s=:print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3);print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3)
q=""";s='q=""";s=:print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3);print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3)
q=""";s='q=""";s=:print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3);print((s[:3]+q+s[3:7]+q+s[:-6]+s[-7:]+q+s[7:]+"\n")*3)
>>>|
```

б)

Рисунок 10 – Python-программа самораспечатки с копиями а) код; б) результат.

Литература

1. В.А.Петровский. К построению алгебры когито: опыт игры в бисер // Модели мира. - М.: Российская ассоциация искусственного интеллекта, 1997.-240 с.
2. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. — М.: Наука, 1979. — 303 с.
3. Б.Л. Уорф. Отношение норм поведения и мышления к языку // Языки как образ мира. - М.: ООО «Издательство АСТ», 2003.-568 с.
4. Платон. Кратил. Собр. соч. в 4-х томах. Том 1. М.: "Мысль", 1990
5. Кант И. Антропология с прагматической точки зрения. М.: Наука, 2002
6. www.nyx.net/~gthompso/quine.htm
7. Гоббс Т. О человеке // Сочинения в 2 т. Т.1. М. Мысль, 1989.- 622с.
8. Локк Дж. Опыт о человеческом разуме. Сочинения: В 3-х т. Т. 1 / Под ред. И. С. Нарского. — М.: Мысль, 1985. — 623 с
9. Лосев А.Ф. Философия имени. -М.: Издательство Московского университета, 1990.- с.269.
10. Г.Фреге. Мысль: логическое исследование // Философия, логика, язык. - М.: Прогресс, 1987.-с.18-47.
11. Шенк Р. Обработка концептуальной информации. Пер. с англ. -М. Энергия, 1980.-360 с.
12. Минский М. Фреймы для представления знаний. М.: Мир, 1979.
13. Уэзерелл Ч. Этюды для программистов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 288 с
14. Пирс Ч. С. Принципы философии. Том I. - СПб.: Санкт-Петербургское философское общество, 2001. - 224 С.
15. Tupper, Jeff. «Reliable Two-Dimensional Graphing Methods for Mathematical Formulae with Two Free Variables» http://www.dgp.toronto.edu/people/mooncake/papers/SIGGRAPH2001_Tupper.pdf

Andryukhin A.I. Poletaev V.A. Reflexive reference and analysis of quines. A well-known problem of constructing a program that itself prints out is considered in the paper. Extensions of this problem have been constructed. Implemented programs that print a specified number of copies of their own code, a copy of themselves with predefined suffixes and prefixes. The programs are built in Python. The historical and philosophical analysis of the semiotic relation between the name of the object and the object itself is performed. The relationship of the program task, which itself prints out with known semiotic problems and concepts, is considered. In particular, the close connection between the structure of such programs and the Pierce dyad is shown.

Keywords: *reflexion, name, reference, semiotics, self*

Андрюхін О.І. Полетаєв В.А. Рефлексивна референція і аналіз квайнів. В роботі розглядається відома задача побудови програми, яка сама себе роздруковує. Побудовано розширення цієї проблеми. Реалізовано програми, які друкують заданий число копій власного коду, копію себе з задаються суфіксами і префіксами. Програми побудовані на мові Python. Виконано історико-філософський аналіз семіотичного співвідношення імені об'єкта і самого об'єкта. Розглянуто зв'язок завдання програми, яка сама себе роздруковує з відомими семіотическими проблемами і концепціями. Зокрема, показана тісний зв'язок структури таких програм з діадою Пірса.

Ключові слова: *рефлексія, ім'я, референція, семіотика, самосвідомість*

Статья поступила в редакцию 14.2.2017

Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко

УДК 004.272.2: 517.542

Комплексные расширения и анализ свойств фрактальных отображений

Артеменко В.А., Андрюхин А.И.
Донецкий национальный технический университет
alexandruckin@ramber.ru

Артеменко В.А., Андрюхин А.И. Комплексные расширения и анализ свойств фрактальных отображений. Построены комплексные решения матричных уравнений. Показана связь современных фрактальных исследований и результатов Пуанкаре по качественному исследованию систем. Представлены визуализации комплексных решений базового уравнения колебательной динамики систем. Визуализации были получены с использованием современного пакета Вольфрам Математика 11.0 Изучены свойства отображения e^{iz} . Показано, что разность между реальными частями соседних решений уравнения $e^{iz}=z$ стремится к 2π при увеличении z . Также показано, что значение коэффициента при мнимой части меньше нуля, исключая z^0 . Построено трансцендентное уравнение, которое позволяет легко находить неподвижные точки этого отображения на компьютере. Показано, что отображение имеет одно устойчивое и бесконечное число неустойчивых положений равновесия, существует бесконечное число отталкивающих 2-периодических циклов. Построены примеры периодических циклов длиной 2,3,4,5. Визуализируются множества Жюлиа для различных гиперболических изображений. Последние являются асимптотическими разложениями e^{iz} .
Ключевые слова: комплексное число, предел, матрица, колебания, Пуанкаре, фрактал.

Введение

В настоящее время существует различные классификации расширения понятия числа. Всякая классификация условна, однако большинство специалистов считают, что можно говорить о следующих семи общепринятых уровнях обобщения чисел: натуральные, рациональные, действительные, комплексные, векторные, матричные и трансфинитные числа. Отдельными учеными предлагается считать функции функциональными числами и расширить степень обобщения чисел до двенадцати уровней. Можно ли считать гиперкомплексные или р-адические числа, пространственные матрицы и т.п. отдельными ступенями этой классификации?

Этот вопрос и ему подобные очевидно будут решаться самим развитием математики и человеческого познания в целом.

В работе рассматриваются результаты попыток приложения комплексной единицы к известным соотношениям, которые получены с чисто вещественными числами

Комплексная единица i является идеальным элементом, как и бесконечно малая(большая) величина $x \rightarrow 0(+\infty)$. Последние согласно Н.Кузанскому, являются по определению эквивалентными.

В статье рассматриваются следующие вопросы:

А) Исследование поведения известных замечательных пределов и соотношений при замене $x \rightarrow 0(+\infty)$ на ix :

Б) Исследования изменения решений матричных уравнений при расширении вида решений мнимой частью;

В) Анализ свойств комплексного уравнения $e^{iz}=z$ и его фрактальных свойств.

Следствием известной формулы Эйлера является соотношение $e^{2\pi i}=1$. Логарифмируя обе стороны этого тождества, получаем бесконечное множество мнимых нулей и имеем значительное увеличение объектов, удовлетворяющих определенным условиям. Это замечание приложимо к результатам работы.

Комплексные расширения

На рисунках 1-6 представлены визуализации результатов при замене $x \rightarrow 0(+\infty)$ на ix для некоторых замечательных пределов и выражений.

Комплексное число i было получено при решении простого квадратного уравнения $x^2+1=0$. Расширением чисел являются матрицы и желательно получить и оценить свойства решений матричных уравнений вида $A^n+X=0$, где X есть единичная (Е), нулевая (0) матрицы и некоторые другие. Решения при $n=2$ (3) представлены на рис.8-17. В таб.1-3 представлены данные о числе решений

матричных уравнений при $n=2(3)$, в том числе и для матриц Паули.

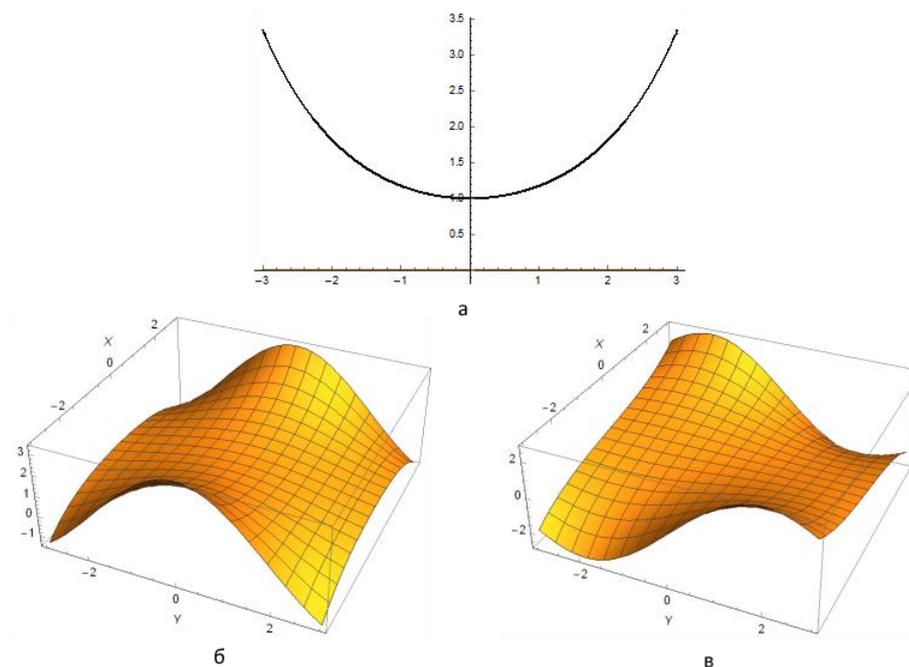


Рисунок 1. — Функция $F(Z)=\text{Sin}(Z)/Z$: а) графики реальной и мнимой части $F(iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX))$; б) график $\text{Im}(F(Y+iX))$;

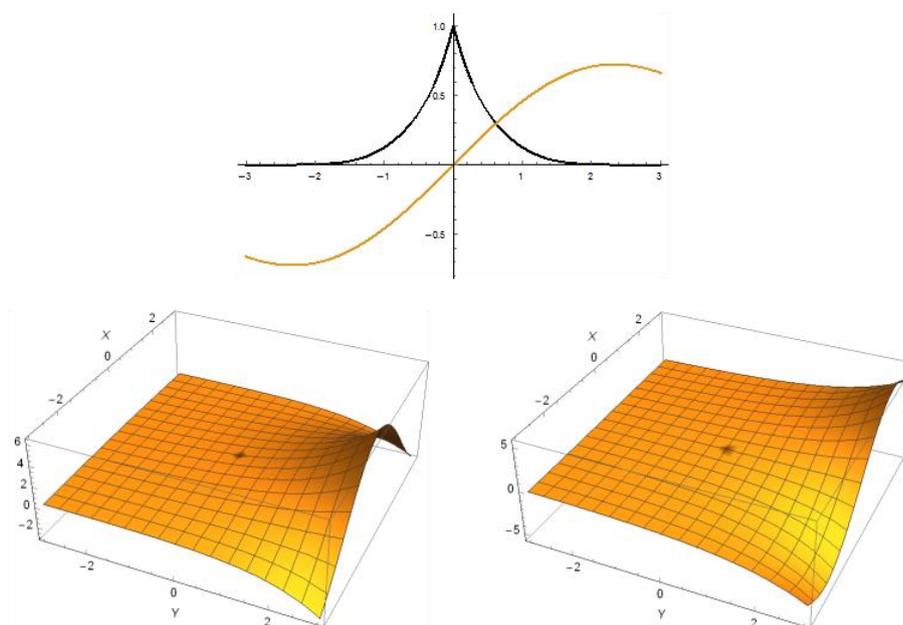


Рисунок 2. — Функция $F(Z)=(\text{Exp}(Z)-1)/Z$: а) графики реальной и мнимой части $F(iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX))$; б) график $\text{Im}(F(Y+iX))$.

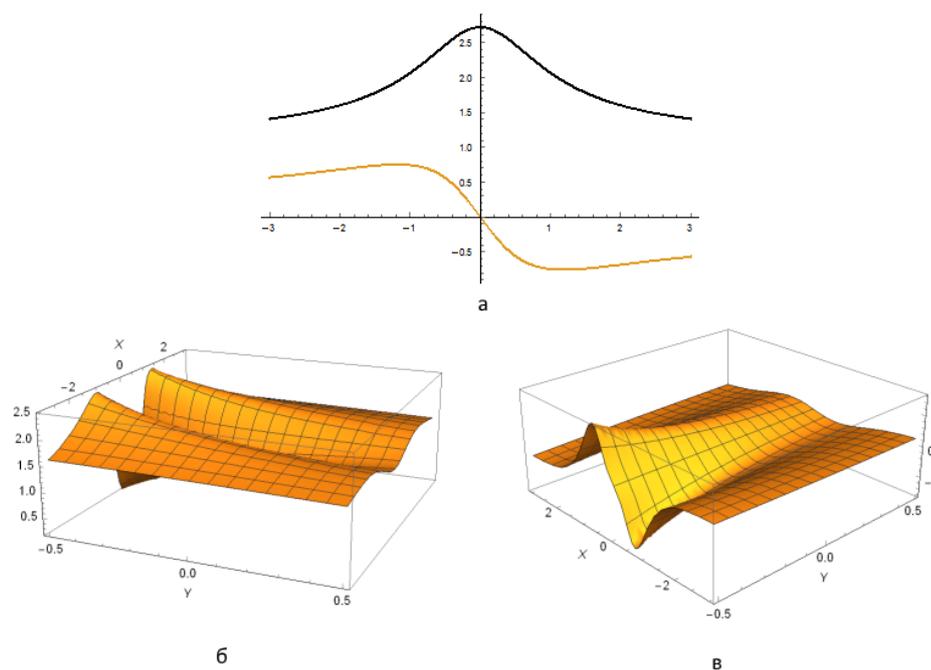


Рисунок 3. — Функция $F(Z)=(1+Z)^{1/Z}$: а) графики реальной и мнимой части $F(iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX))$; в) график $\text{Im}(F(Y+iX))$.

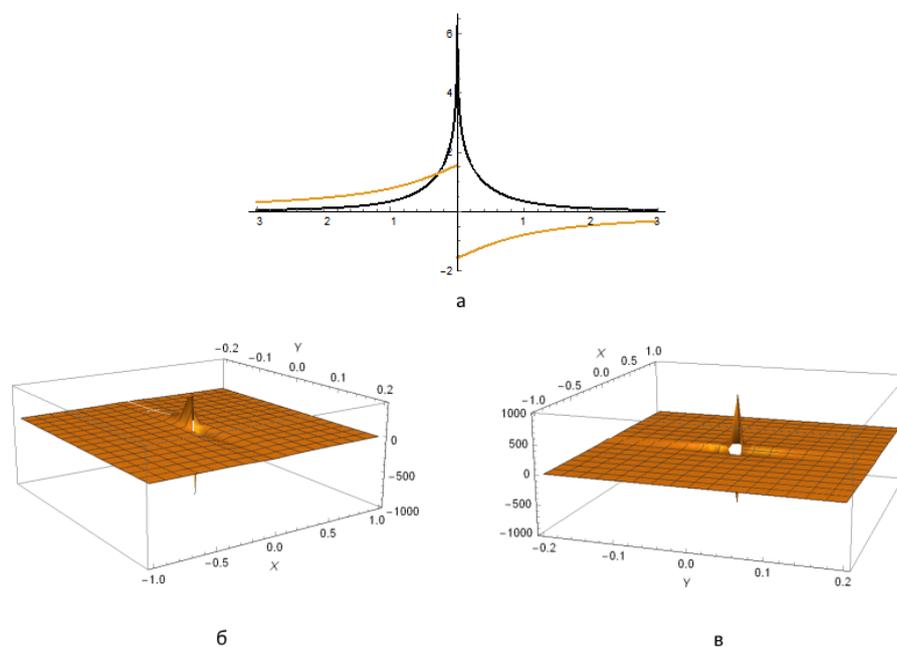


Рисунок 4. — Функция $F(Z)=\text{Ln}(1+Z)/Z$: а) графики реальной и мнимой части $F(iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX))$; в) график $\text{Im}(F(Y+iX))$.

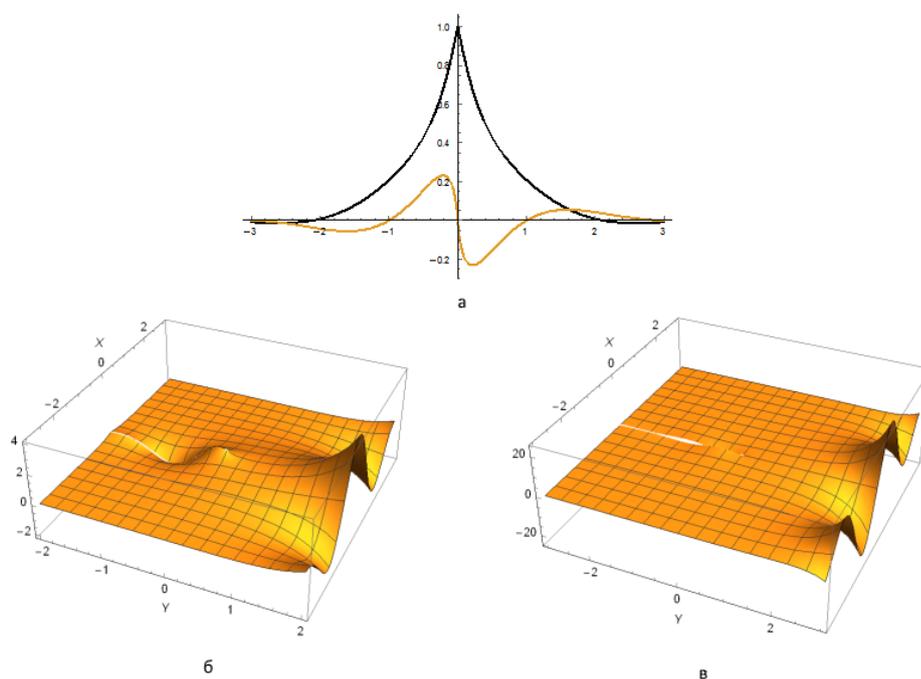


Рисунок 5. — Функция $F(Z)=Z^Z$: а) графики реальной и мнимой части $F(iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX))$; в) график $\text{Im}(F(Y+iX))$.

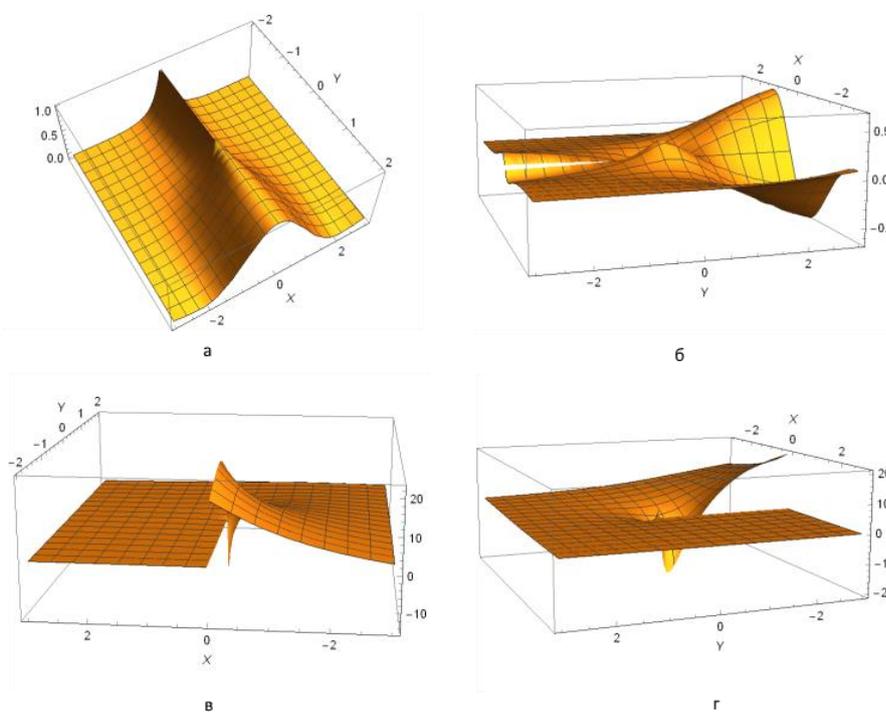


Рисунок 6. — Функция $F(Y,X)=(Y+iX)^X$: а) графики реальной и мнимой части $F(Y+iX, iX)$; б) график $\text{Re}(F(Y+iX, 1))$; в) график $\text{Im}(F(Y+iX, 1))$.

Последние применяются для определения спина электрона в квантовой механике, в которой любой измеряемой величине соответствует матрица и после измерения система описывается одним из собственных векторов матрицы измеряемой величины.

Уравнения с матрицами 2x2 и их решения

Введем обозначения согласно рис.7.

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{а} & \text{б} & \text{в} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \text{г} & \text{д} & \text{е} \end{matrix}$$

Рисунок 7. — Обозначения матриц: а) матрица А; б) нулевая 0; в) единичная Е; г) матрица Паули σ_1 ; д) матрица Паули σ_2 ; е) матрица Паули σ_3 .

В таблице 1 представлены расчеты числа решений матриц с помощью Mathematica 11.1.1.

Таблица 1. Число решений для уравнений с матрицами 2x2

Номер	Уравнение	Число решений
1	$A^2=0$	3
2	$A^2-E=0$	7
3	$A^2+E=0$	7
4	$A^2-iE=0$	7
5	$A^3=0$	3
6	$A^3-E=0$	18
7	$A^2+E=0$	18
8	$A^3-iE=0$	18
9	$A^4=0$	5
10	$A^4-E=0$	48
11	$A^4+E=0$	48
12	$A^4-iE=0$	48
13	$A^5=0$	3
14	$A^5-E=0$	55
15	$A^5+E=0$	55
16	$A^5-iE=0$	55
17	$A^2-\sigma_1=0$	4
18	$A^2-\sigma_2=0$	4
19	$A^2-\sigma_3=0$	4

На последующих рисунках представлены списки решения только некоторых уравнений, так как многие из них имеют значительный объем.

1. $a_{21} = -a_{11}^2/a_{12}, a_{22} = -a_{11}$
2. $a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{22} = 0$
3. $a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = 0$

Рисунок 8. — Решения уравнения $A^2=0$

1. $a_{11} = \frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3} - 2 a_{22})$,
 $a_{21} = \frac{1 + i\sqrt{3} + a_{22} - i\sqrt{3} a_{22} - 2a_{22}^2}{2 a_{12}}$
2. $a_{11} = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3} - 2 a_{22})$,
 $a_{21} = \frac{1 - i\sqrt{3} + a_{22} + i\sqrt{3} a_{22} - 2a_{22}^2}{2 a_{12}}$
3. $a_{11} = -1 - a_{22}$, $a_{21} = \frac{-1 - a_{22} - a_{22}^2}{a_{12}}$
4. $a_{11} = -(-1)^{1/3}$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = 1$
5. $a_{11} = (-1)^{2/3}$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = 1$
6. $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = -(-1)^{1/3}$
7. $a_{11} = -1 + (-1)^{1/3}$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = -(-1)^{1/3}$
8. $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = (-1)^{2/3}$
9. $a_{11} = -(-1)^{1/3}$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = (-1)^{2/3}$
10. $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$
11. $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$
12. $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$
13. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$
14. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$,
 $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$
15. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$,
 $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$
16. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$
17. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$,
 $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$
18. $a_{11} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$,
 $a_{22} = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$

Рисунок 9. — Решения уравнения $A^3-E=0$

1. $a_{21} = (1-a_{11}^2)/a_{12}, a_{22} = -a_{11}$
2. $a_{11} = -1, a_{12} = 0, a_{22} = 1$
3. $a_{11} = 1, a_{12} = 0, a_{22} = -1$
4. $a_{11} = -1, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = -1$
5. $a_{11} = -1, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = 1$
6. $a_{11} = 1, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = -1$
7. $a_{11} = -1, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = 1$

Рисунок 10. — Решения уравнения $A^2-E=0$

1. $a_{21} = (-1-a_{11}^2)/a_{12}, a_{22} = -a_{11}$
2. $a_{11} = -i, a_{12} = 0, a_{22} = i$
3. $a_{11} = i, a_{12} = 0, a_{22} = -i$
4. $a_{11} = -i, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = -i$
5. $a_{11} = -i, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = i$
6. $a_{11} = i, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = -i$
7. $a_{11} = i, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = i$

Рисунок 11. — Решения уравнения $A^2+E=0$

1. $a_{11} = -a_{22}, a_{21} = -a_{22}^2/a_{12}$
2. $a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{22} = 0$
3. $a_{11} = 0, a_{12} = 0, a_{21} = 0, a_{22} = 0$

Рисунок 12. — Решения уравнения $A^3=0$

Уравнения с комплексными матрицами 2x2 и их решения

Мы повторяем расчеты, предполагая, что матрица A является комплексной согласно рис.13

$$\begin{pmatrix} a_{11}+i \cdot b_{11} & a_{12}+i \cdot b_{12} \\ a_{21}+i \cdot b_{21} & a_{22}+i \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

Рисунок 13. — Матрица A

Таблица 2. Число решений для уравнений с комплексными матрицами 2x2

Номер	Уравнение	Число решений
1	$A^2=0$	3
2	$A^2-E=0$	6
3	$A^2+E=0$	6
4	$A^2 \cdot iE=0$	6
5	$A^3=0$	5
6	$A^3 \cdot E=0$	27
7	$A^2+E=0$	27
8	$A^3 \cdot iE=0$	27
9	$A^4=0$	7
10	$A^4 \cdot E=0$	48
11	$A^4+E=0$	48
12	$A^4 \cdot iE=0$	48
13	$A^5=0$	3
14	$A^5 \cdot E=0$	55
15	$A^5+E=0$	55
16	$A^5 \cdot iE=0$	55
17	$A^2-\sigma_1=0$	4
18	$A^2-\sigma_2=0$	4
19	$A^2-\sigma_3=0$	4

Решения на рис.14 (при использовании явной комплексной матрицы A на рис.13) существенно отличаются от решений на рис.15 (при использовании A согласно рис.7а.).

$$\begin{aligned} 1. b_{11} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-i + (1+i)a_{11}), & b_{12} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-1 + (1+i)a_{12}), \\ b_{21} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-1 + (1+i)a_{21}), & b_{22} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-i + (1+i)a_{22}) \\ 2. b_{11} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-1 + (1+i)a_{11}), & b_{12} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-i + (1+i)a_{12}), \\ b_{21} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-i + (1+i)a_{21}), & b_{22} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(-1 + (1+i)a_{22}) \\ 3. b_{11} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(1 + (1+i)a_{11}), & b_{12} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(i + (1+i)a_{12}), \\ b_{21} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(i + (1+i)a_{21}), & b_{22} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(1 + (1+i)a_{22}) \\ 4. b_{11} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(i + (1+i)a_{11}), & b_{12} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(1 + (1+i)a_{12}), \\ b_{21} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(1 + (1+i)a_{21}), & b_{22} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right)(i + (1+i)a_{22}) \end{aligned}$$

Рисунок 14. — 1 решения уравнения $A^2-\sigma_1=0$

$$\begin{aligned} 1. a_{11} &= \frac{(-1)^{3/4}}{\sqrt{2}}, a_{12} = -\frac{(-1)^{1/4}}{\sqrt{2}}, a_{21} = -\frac{(-1)^{1/4}}{\sqrt{2}}, a_{22} = \frac{(-1)^{3/4}}{\sqrt{2}} \\ 2. a_{11} &= -\frac{\sqrt{2}}{(-1)^{3/4}}, a_{12} = \frac{\sqrt{2}}{(-1)^{1/4}}, a_{21} = \frac{\sqrt{2}}{(-1)^{1/4}}, a_{22} = -\frac{\sqrt{2}}{(-1)^{3/4}} \\ 3. a_{11} &= \frac{\sqrt{2}}{(-1)^{3/4}}, a_{12} = -\frac{\sqrt{2}}{(-1)^{3/4}}, a_{21} = -\frac{\sqrt{2}}{(-1)^{3/4}}, a_{22} = \frac{\sqrt{2}}{(-1)^{1/4}} \\ 4. a_{11} &= -\frac{(-1)^{1/4}}{\sqrt{2}}, a_{12} = \frac{(-1)^{3/4}}{\sqrt{2}}, a_{21} = \frac{(-1)^{3/4}}{\sqrt{2}}, a_{22} = -\frac{(-1)^{1/4}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Рисунок 15. — 1 решения уравнения $A^2-\sigma_1=0$

Аналогичный пример : структура 1 решения для уравнения $A^2=0$ на рис.15 и 8.

$$\begin{aligned} 1. b_{11} &= i a_{11} - \sqrt{a_{12} a_{21} + i a_{21} b_{12} + i a_{12} b_{21} - b_{12} b_{21}}, \\ & b_{22} = i a_{22} + \sqrt{-i a_{12} + b_{12}}(-i a_{21} + b_{21}) \\ 2. b_{11} &= i a_{11} + \sqrt{a_{12} a_{21} + i a_{21} b_{12} + i a_{12} b_{21} - b_{12} b_{21}}, \\ & b_{22} = i a_{22} - \sqrt{-i a_{12} + b_{12}}(-i a_{21} + b_{21}) \\ 3. b_{11} &= i a_{11}, b_{12} = i a_{12}, b_{21} = i a_{21}, b_{22} = i a_{22} \end{aligned}$$

Рисунок 16. — Решения уравнения $A^2=0$

Уравнения с матрицами 3x3 и их решения

Количество решений уравнений с матрицами 3x3 явно больше и так как многие из них имеют значительный объем, приведем только первое решение для уравнения $A^2=0$ на рис.17.

Таблица 3. Число решений для уравнений с матрицами 3x3

Номер	Уравнение	Число решений
1	$A^2=0$	30
2	$A^2-E=0$	90
3	$A^2+E=0$	90
4	$A^2 \cdot iE=0$	90

$$\begin{aligned}
 1. a_{11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{-\frac{a_{13}^2 a_{31}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} - \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{3 a_{13} a_{31}}}{\frac{a_{23}^2 a_{32}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} - \frac{a_{13} a_{31}}{3 a_{23} a_{32}}} - \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{\sqrt{-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32}}} \right) \\
 a_{12} &= -\frac{a_{13} a_{32}}{\sqrt{-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32}}} \\
 a_{21} &= -\frac{a_{23} a_{31}}{\sqrt{-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32}}} \\
 a_{22} &= \frac{1}{2} \left(\frac{-\frac{a_{13}^2 a_{31}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} - \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{3 a_{13} a_{31}}}{\frac{a_{23}^2 a_{32}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} - \frac{a_{13} a_{31}}{3 a_{23} a_{32}}} + \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{\sqrt{-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32}}} \right) \\
 a_{33} &= \frac{1}{2} \left(\frac{a_{13}^2 a_{31}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} + \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{3 a_{13} a_{31}} \right) + \frac{a_{23}^2 a_{32}^2}{(-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32})^{3/2}} + \frac{a_{13} a_{31}}{3 a_{23} a_{32}} \\
 &+ \frac{2 a_{13} a_{23} a_{31} a_{32}}{\sqrt{-a_{13} a_{31} - a_{23} a_{32}}}
 \end{aligned}$$

Рисунок 17. — 1 решения уравнения $A^2=0$

Комплексное уравнения $e^{iz}=z$

Общеизвестно влияние результатов А. Пуанкаре по качественному исследованию систем. В частности они послужили толчком для работ Ляпунова по устойчивости систем и следовательно на развитие общей теории управления, теории автоматического управления, теории систем и т.д.

С 1880 г. начался цикл работ А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями»[1-2].

Сложность исследования свойств решения систем, поведение которых определяется достаточно простыми уравнениями

$$\dot{z} = i\omega z + [f(\operatorname{Re} z, -\omega \operatorname{Im} z) - \omega^2 \operatorname{Re} z - E \sin pt] / \omega. \quad (1)$$

можно оценить, рассматривая различные варианты решения уравнения (1) представленные на рис.18-21, которые были получены с использованием современного пакета Вольфрам Математика[3].

Существует множество направлений развития идей Пуанкаре. Одним из них является изучение фрактальных свойств эволюции реальных систем и их математических моделей, например, изучение фрактальных свойств времен возвращения Пуанкаре, т. е. моментов времени, когда система почти повторяет свое первоначальное состояние[4].

В работах Фату и Жюлиа была установлена связь голоморфных функций на комплексной плоскости с фрактальными множествами[5]. Использование компьютера позволило Мандельброту построить известное множество (названное в его честь) [6]. Это

множество точек $\lambda \in \mathbb{C}$, является ограниченным при стартовой точке $z = 0$ для итерационного отображения $F(z) = z^2 + \lambda$.

Оно явилось образцом для исследования многих других функций, среди которых выделим гиперболические вида λe^z , $\lambda(e^z - 1)/z$, $\lambda \operatorname{sh}z/z$, $\lambda \sin(z)$, $\lambda \cos(z)$, $z[7-12]$.

К этому классу принадлежит и отображение e^{iz} , свойствами которого мы занимаемся.

Наше отображение является частным случаем $z_{n+1} = f_\lambda(z_n) = \lambda e^z$ при $\lambda = i$ и замене $z \leftrightarrow iz$. При изучении свойств этого отображения использовался пакет Wolfram Математика. Ранее результаты по λe^z обычно получались для $\lambda \in \mathbb{R}$, вследствие чего рассматривались множества Жюлиа. а не множество Мандельброта. При $\lambda \in \mathbb{C}$ результаты носят общий характер[13]. В работе также рассматривается множество Мандельброта для семейства отображений $z_{n+1} = f_\lambda(z_n) = \lambda e^z$ при $\lambda \in \mathbb{C}$, т.е. одно и то же отображение описывают множества Жюлиа и Мандельброта с различных точек зрения.

Множества Жюлиа для рациональных целых и трансцендентных целых функций обладают различными характеристиками[14].

В частности для гиперболических функций и рассматриваемого отображения множество Жюлиа совпадает с границей точек ухода и имеет структуру букетов Кантора. Это следует из того, что отображение для гиперболических функций не является сжимающим [15].

Напомним, что “точка принадлежит множеству Жюлиа тогда и только тогда, когда динамика в окрестности этой точки демонстрирует чувствительную зависимость от изменений начальных данных, то есть близкие начальные данные порождают совсем другой характер поведения траектории после большого (а иногда и не очень большого) числа итераций” [5].

Свойства отображения $F(z) = e^z$

Свойство 1. Отображение $F(z) = \exp(iz)$ имеет по крайней мере одну устойчивую неподвижную точку $z^0 = 0.5764 + 0.3746i$.

Свойство 2. Отображение $F(z) = \exp(iz)$ имеет бесконечно много неподвижных неустойчивых точек.

Справедливость этих свойств, полагая $z = a + bi$, следует из следующих положений.

Из $e^{iz} = z$ можем получить систему трансцендентных уравнений $b = \operatorname{Ln}(\cos(a)/a)$ и $b = a \operatorname{Tg}(a)$.

На рис.22 представлены графики этих

периодических функций и можно непосредственно сразу утверждать:

- а) решений бесконечно много;
- б) разность между реальными частями решений уравнения $e^{iz}=z$ стремится к 2π при увеличении a ;
- в) значение коэффициента при мнимой части b меньше нуля, исключая z^0 .

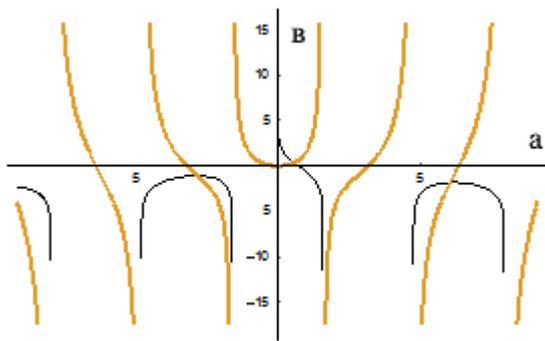


Рисунок 22. — Графики функций $b = \text{Ln}(\cos(a)/a)$ и $b = a \text{Tg}(a)$.

Конкретные значения решений уравнения $e^{iz}=z$ с учетом $e^{2\pi i}=1$ можем определять при $K = \dots -1, 0, +1, \dots$ из трансцендентного уравнения

$$\text{Ln}(\cos(a)/(a-2\pi K)) - (a-2\pi K) \text{Tg}(a) = 0.$$

На рис.23 представлены эти первые решения на комплексной плоскости.

На рис.24 представлены значения первых решений этого уравнения.

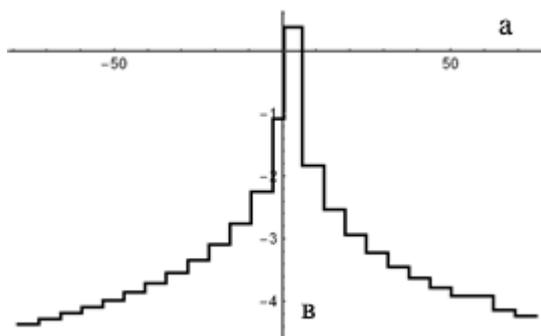


Рисунок 23. — Первые решения уравнения $e^{iz}=z$.

Голоморфная функция является целой функцией, если она определена на всей комплексной плоскости. Известно, что любая целая функция, не равная константе, принимает все значения, кроме может быть одного. Поэтому отображение e^{iz} обладает этим свойством.

Легко показать, что на бесконечности функция e^{iz} имеет порядок 1.

Отображение e^{iz} принадлежит классу Шпайзера, как функция, которая не имеет критических точек (сингулярностей).

Доказана теорема что рациональные отображения не могут иметь блуждающего домена, но для трансцендентных отображений известны контрпримеры (под блуждающими точками понимаются точки, в которые траектория не возвращается).

Свойство 3. Отображение $F(z) = \exp(iz)$ имеет бесконечное число периодических циклов длиной $n=2$. Эти циклы являются отталкивающими [16].

Для $n > 2$ известна теорема для целых функций, гарантирующая существование циклов и их отталкивающий характер

Теорема 1.21 (Периодические точки почти всех периодов). Каждая целая функция имеет отталкивающие периодические точки всех периодов, кроме, возможно, период $n=1$ [15]

Примером целой функции без периодических точек периода 1 является $e^z + z$.

Более полное изложение и история теоремы 1.21 представлено в [15].

Определим функции

$$\begin{aligned} \text{fa}(a,b) &= e^{-b} \cos(a), \\ \text{fb}(a,b) &= e^{-b} \sin(a). \end{aligned}$$

Тогда задача определения периодических циклов длины n для отображения e^z сводится к решению системы трансцендентных уравнений ($a_0 = a_n, b_0 = b_n$).

$$a_{i+1} = \text{fa}(a_i, b_i), \quad b_{i+1} = \text{fb}(a_i, b_i) \quad \text{при } i=0, n-1$$

В таблице 4 представлены найденные периодические циклы для начальных точек $z = A + Bi$ для периодов длины $n=2, 3, 4, 5$.

Таблица 4. Периодические циклы

n	A	B
2	-0.048833	-3.16017
3	-0.165067	-1.19233
4	-0.09315	-1.5417
	-0.04168	-2.3877
5	-0.04739	-1.5258

На рис 25. представлены множества Жюлиа при приближении функции e^{iz} полиномами степени n .

Выводы

Необходимо отметить, что основная часть изложенных результатов получена на компьютере и относится, по образному

выражению С.Вольфрама, к «экспериментальной математике». Если основной работой математика или сущностью математики считать формулировку и доказательство теорем, то в отличие от этой деятельности выражение «экспериментальная математика» выглядит по крайней мере странным.

Но аргументы Херша о гуманистической философии математики становятся еще более убедительными в современном окружении [17].

1. Математика - это человек. Она является частью культуры человечества. Это не соответствует концепции Фреге абстрактной, вневременной(или безвременной), объективной реальности.

2. Математическое знание ошибочно. Как в науке, математика может продвигаться, делая ошибки, а затем исправляя или даже корректируя их. Эти свойства математики блестяще доказываются в «Доказательствах и опровержениях» Лакатоса.

3. Существуют разные нормы строгости доказательств. Нормы строгости могут варьироваться в зависимости от времени, места и других факторов. Использование компьютерных доказательств, примером которых служит компьютерное доказательство четырехцветной теоремы о 4 красках, является лишь одним из примеров появления нетрадиционного стандарта строгости.

4. Эмпирические данные, численные эксперименты и вероятностные доказательства могут помочь нам решить, чему верить в математике. Аристотелевская логика не обязательно всегда является лучшим способом решения.

5. Математические объекты являются особым разнообразием социально-культурно-исторического объекта. Вопреки утверждениям некоторых постмодернистских хулителей математика не может быть отброшена как просто новая форма литературы или религии. Многие математические объекты можно рассматривать как общие идеи, такие как «Моби Дик» в литературе или «Непорочное зачатие в религии».

В любом случае математика является и останется уникальным человеческим начинанием.

Социальный конструктивистский тезис состоит в том, что математика - это социальное строительство, культурный продукт, ошибочный, как любая другая отрасль знаний. В данной работе, в которой выполнена попытка сравнения результатов решений с неявным и явным использованием комплексных

расширений в различных направлениях, в частности в области нелинейной динамики и фракталов, компьютер играл центральную роль, помог определить некоторые объекты и более ясно и конкретно задать относящиеся к ним вопросы.

Список литературы

1. Пуанкаре А. Избранные труды в 3 томах. Том III. Математика. Теоретическая физика. Анализ математических и естественно - научных работ Анри Пуанкаре. М.: Наука, 1974. – 772 с.
2. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. – М.-Л.: ГИТ-ТЛ, 1947. – 392 с.
3. Филер С.Е., Андриюхин А.И. Компьютерное исследование и визуализация колебательной динамики систем в комплексной форме. http://www.infcyb.donntu.org/A_6_11.pdf
4. Афраймович В., Угальде Э., Уриас Х. Фрактальные размерности для времен возвращения Пуанкаре. РХД, 2011, 296 с.
5. Милнор Дж. Голоморфная динамика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 320с.
6. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, chance, and dimension. San Francisco, Calif.: Freeman, 1977. 365pp.
7. Alexander D., Devaney R.L. A century of complex dynamics // A century of advancing mathematics / S.F.Kennedy, D.J.Albers, G.L.Alexanderson, D.Dumbaugh, F.A.Farris, D.B.Haunsperger, and P.Zorn (eds.). Washington, D.C.: Math. Assoc. America, 2015. P.15–34.
8. Devaney R.L. e^z : Dynamics and bifurcation // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1991, vol.1, no.2, pp.287–308.
9. Devaney R.L. Cantor bouquets, explosions, and Knaster continua: Dynamics of complex exponentials // Publ. Mat., 1999, vol.43, no.1, pp.27–54.
10. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of a class of noncritically finite entire functions // Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg., 1999, vol.9, no.6, pp.1137–1151.
11. Kapoor G.P., Guru Prem Prasad M. Dynamics of $(e^z - 1)/z$: The Julia set and bifurcation // Ergodic Theory Dynam. Systems, 1998, vol.18, no.6, pp.1363–1383.
12. Guru Prem Prasad M. Chaotic burst in the dynamics of $f_\lambda(z) = \lambda \sinh(z)/z$ // Regul. Chaotic Dyn., 2005, vol.10, no.1, pp.71–80.
13. Urbanski M., Zdunik A. Real analyticity of Hausdorff dimension of finer Julia sets of exponential family // Ergodic Theory Dynam. Systems, 2004, vol.24, no.1, pp.279–315.

14. Moreno Rocha M. On indecomposable subsets of the Julia set for unstable exponentials: PhD dissertation. Boston: Boston Univ., 2002. 79pp.

15. Schleicher D. Dynamics of entire functions // Holomorphic dynamical systems: Lectures given at the C.I.M.E. Summer School (Cetraro, Italy, July

7–12, 2008) / G.Gentili, J.Guenot, and G.Patrizio (eds). (Lecture Notes in Math., vol.1998.) Berlin: Springer, 2010. P.295–339.

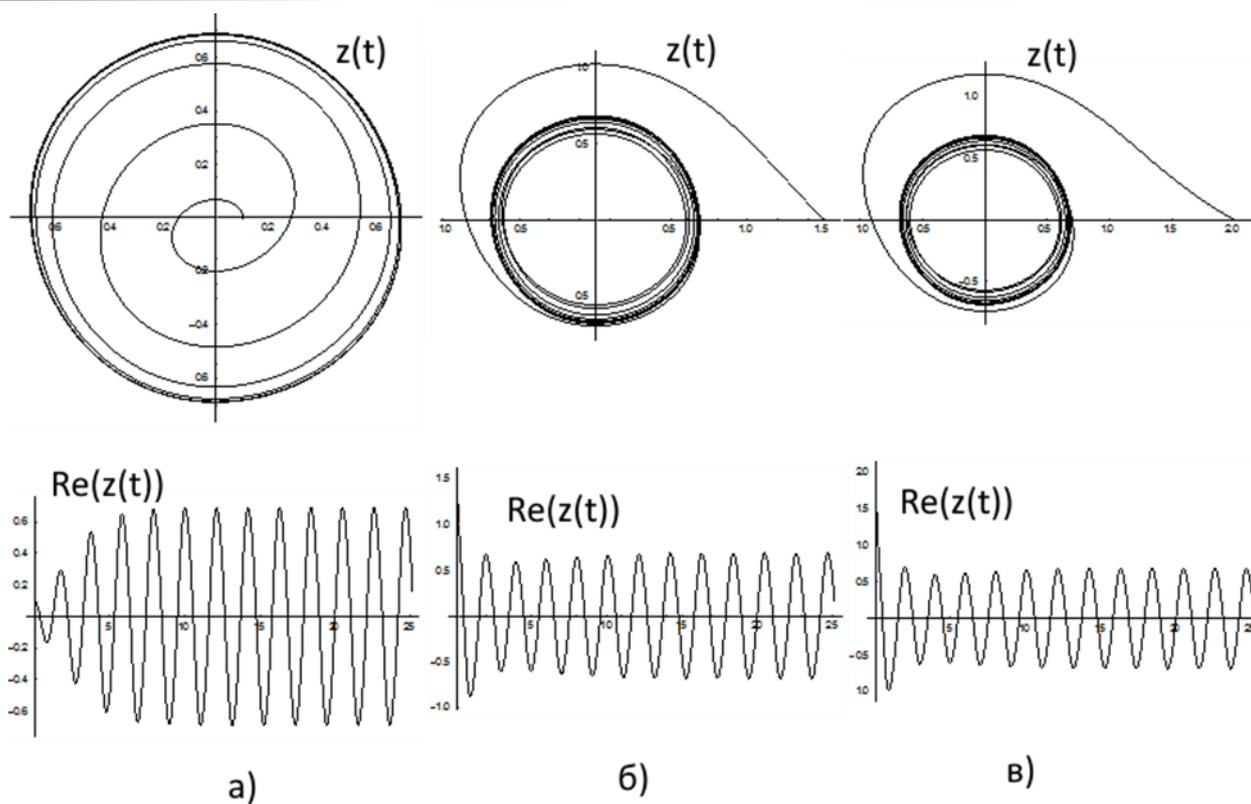


Рисунок 18. — Графики решения уравнения (1), $p=3$, а) $z(0)=0.1$; б) $z(0)=1.5$; в) $z(0)=2.0$.

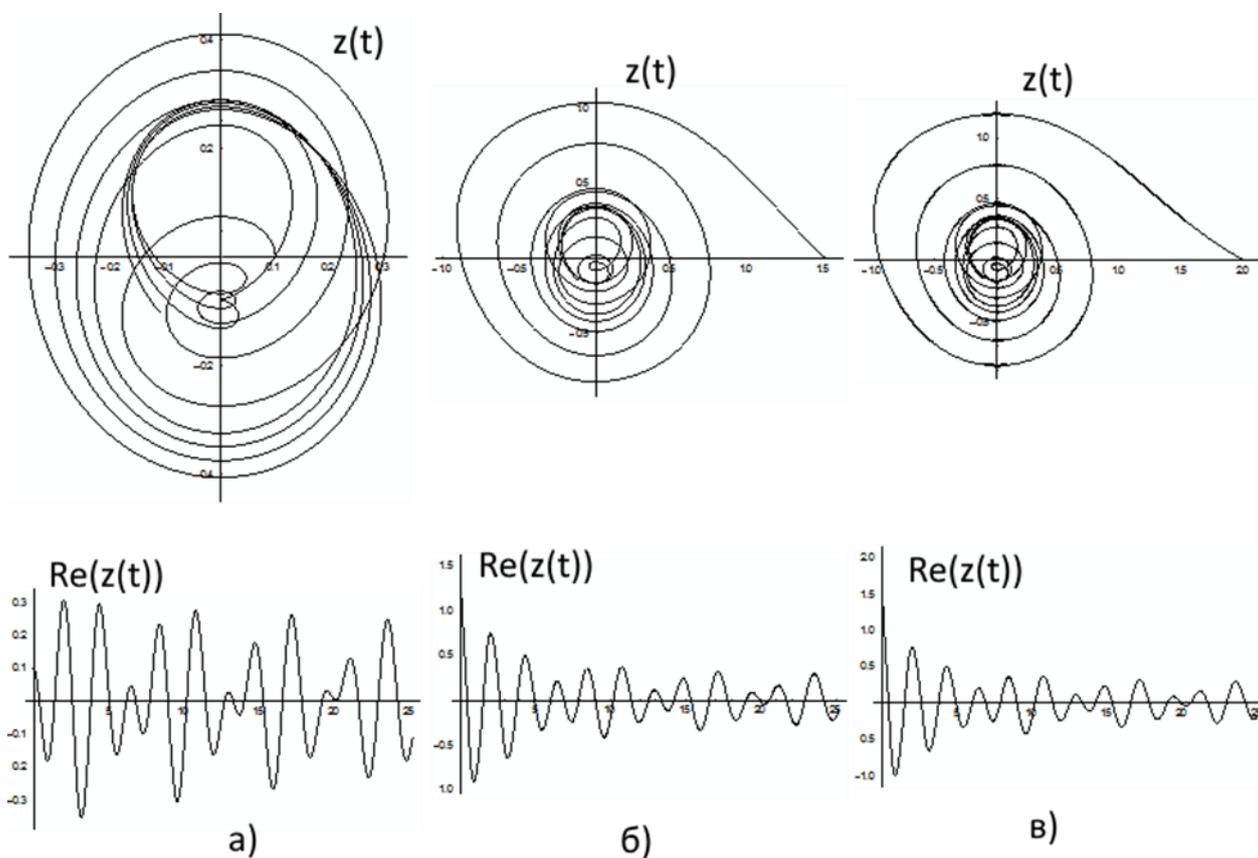


Рисунок 19. — Графики решения уравнения (1), $p=2$, а) $z(0)=0.1$; б) $z(0)=1.5$; в) $z(0)=2$.

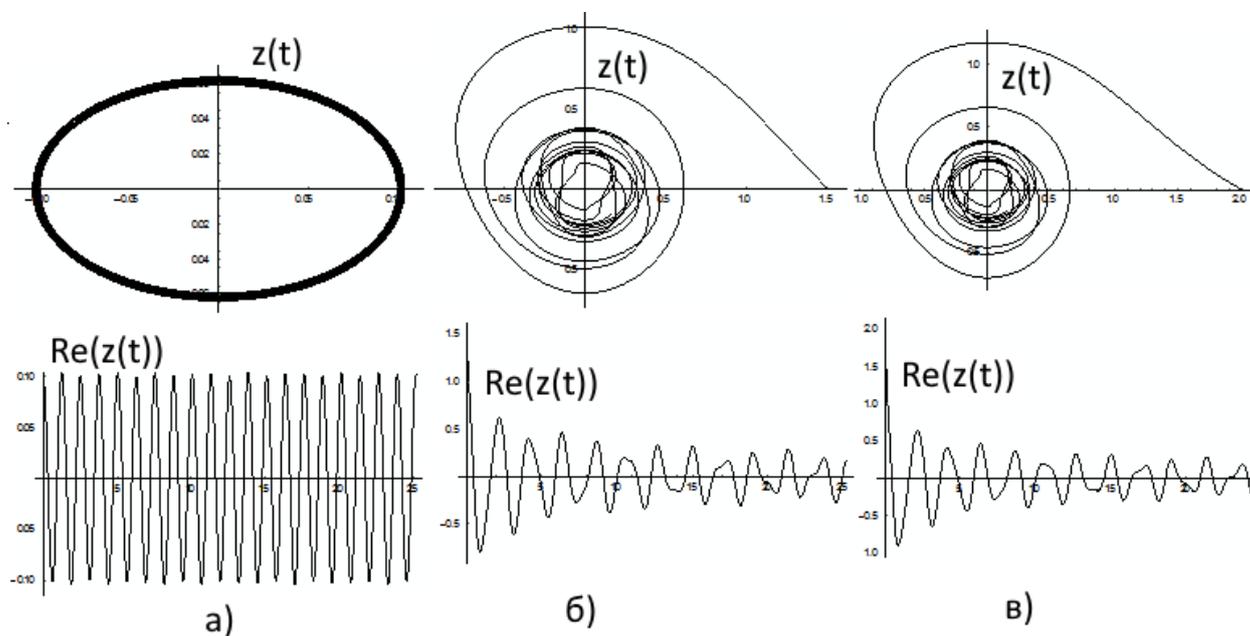


Рисунок 20. — Графики решения уравнения (1), $p=5$, а) $z(0)=0.1$; б) $z(0)=1.5$; в) $z(0)=2$.

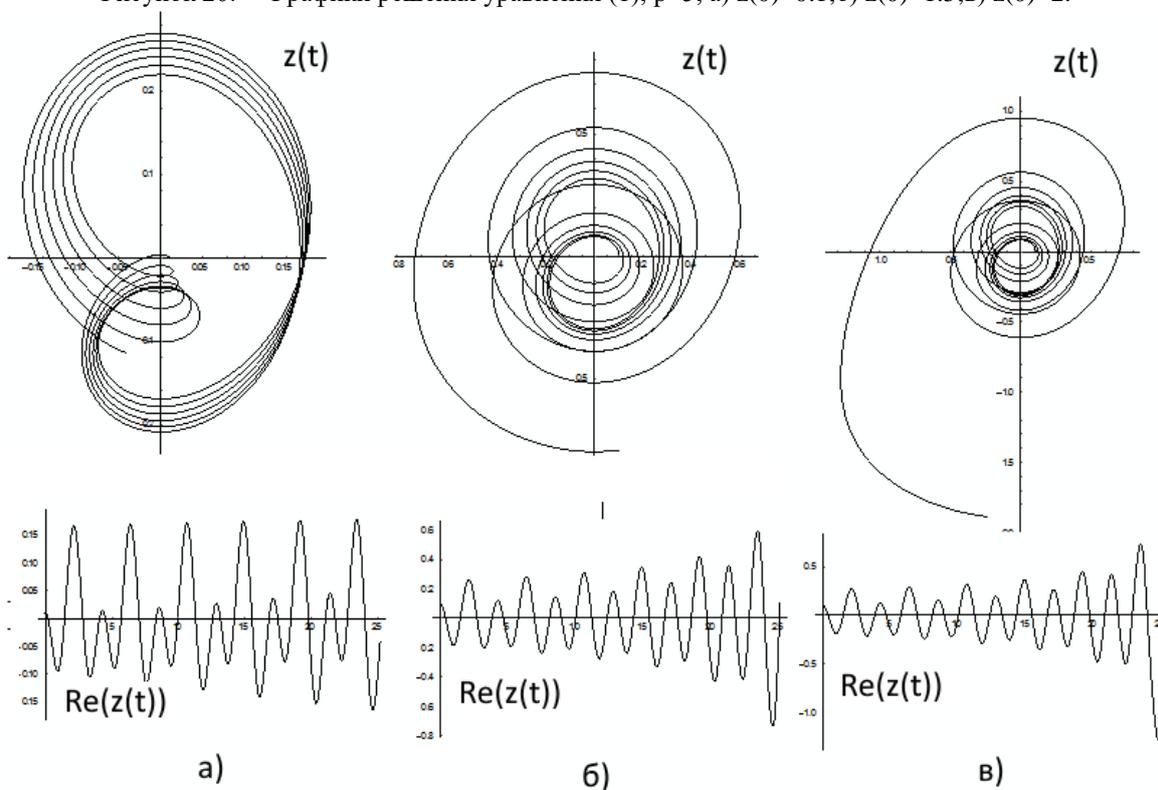


Рисунок 21. — Графики решения уравнения (1), $p=1.5$, а) $z(0)=0.01$; б) $z(0)=0.1$; в) $z(0)=0.105$.

N	A	B	$\text{Exp}(I(A+BI))$
1	-78.4843	-4.36444	-78.4843 - 4.36444 i
2	-72.1974	-4.28116	-72.1974 - 4.28116 i
3	-65.91	-4.19031	-65.91 - 4.19031 i
4	-59.6218	-4.09037	-59.6218 - 4.09037 i
5	-53.3326	-3.97932	-53.3326 - 3.97932 i
6	-47.0421	-3.85439	-47.0421 - 3.85439 i
7	-40.7499	-3.71158	-40.7499 - 3.71158 i
8	-34.455	-3.54492	-34.455 - 3.54492 i
9	-28.1561	-3.34477	-28.1561 - 3.34477 i
10	-21.8505	-3.09415	-21.8505 - 3.09415 i
11	-15.5322	-2.75844	-15.5322 - 2.75844 i
12	-9.18489	-2.24661	-9.18489 - 2.24661 i
13	-2.76636	-1.08965	-2.76636 - 1.08965 i
14	0.576413	0.374699	0.576413 + 0.374699 i
15	5.98583	-1.83427	5.98583 - 1.83427 i
16	12.3641	-2.53539	12.3641 - 2.53539 i
17	18.6935	-2.9404	18.6935 - 2.9404 i
18	25.0044	-3.22731	25.0044 - 3.22731 i
19	31.3062	-3.44985	31.3062 - 3.44985 i
20	37.6028	-3.63172	37.6028 - 3.63172 i
21	43.8963	-3.78553	43.8963 - 3.78553 i
22	50.1876	-3.91881	50.1876 - 3.91881 i
23	62.766	-4.14159	62.766 - 4.14159 i
24	69.0538	-4.23676	69.0538 - 4.23676 i

Рисунок 23. — Первые 24 Решения уравнения $\exp(\mathbf{I}\cdot\mathbf{Z})=\mathbf{Z}$, $\mathbf{Z}=\mathbf{A}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{I}$.

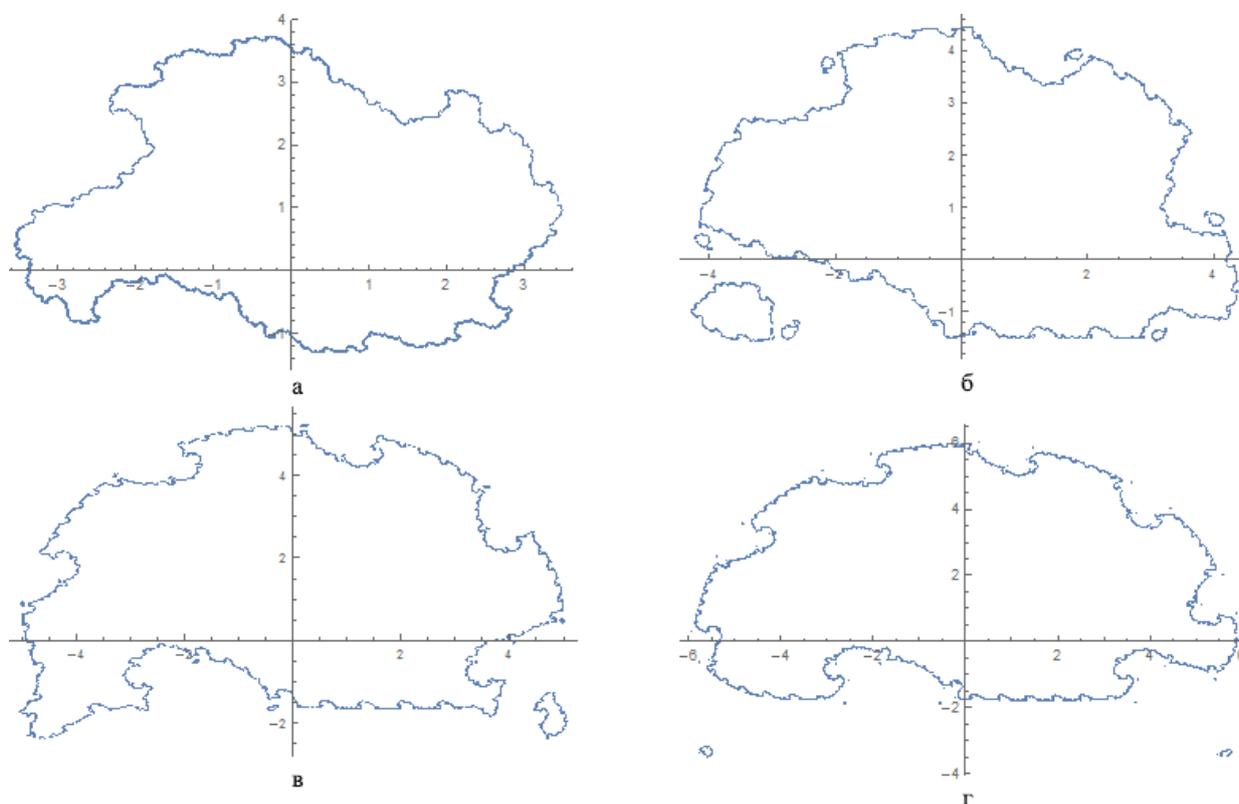


Рисунок 24. —Множества Жулиа при приближении e^{iz} полиномами степени n: а) n=4; а) n=6 а) n=8 а) n=10.

16. Матюшкин И.В. О некоторых свойствах отображения $\exp(iz)$ //Нелинейная динамика. 2016. Т. 12. №1. С. 3–15

17. David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Neil J. Calkin, Roland Girgensohn, D. Russell Luke,

Victor H. Moll. Experimental Mathematics in Action. A K Peters, Ltd. Wellesley, Massachusetts, 2007,

Артеменко В.А., Андрюхин А.І. Комплексні розширення і аналіз властивостей фрактальних відображень. Побудовано комплексні рішення матричних рівнянь. Показано зв'язок сучасних фрактальних досліджень і результатів Пуанкаре за якісним дослідженням систем. Представлені візуалізації комплексних рішень базового рівняння коливальної динаміки систем. Візуалізації були отримані з використанням сучасного пакету Вольфрам Математика 11.0 Вивчено властивості відображення e^{iz} . Показано, що різниця між реальними частинами сусідніх рішень рівняння $e^{iz} = z$ прагне до 2π при збільшенні z . Також показано, що значення коефіцієнта при уявній частині менше нуля, виключаючи $z=0$. Побудовано трансцендентне рівняння, яке дозволяє легко знаходити нерухомі точки цього відображення на комп'ютері. Показано, що відображення має один стійкий і нескінченне число нестійких положень рівноваги, існує нескінченне число відразливих 2-періодичних циклів. Побудовано приклади періодичних циклів довжиною 2,3,4,5. Візуалізуються множин Жуліа для різних гіперболічних зображень. Останні є асимптотическими розкладами e^{iz} .

Ключові слова: комплексне число, межа, матриця, коливання, Пуанкаре, фрактал.

Artemenko V.A., Andryukhin A.I. Complex extensions and analysis of the properties of fractal mappings. Complex solutions of matrix equations are constructed. The connection of modern fractal studies and the results of Poincaré on qualitative research of systems is shown. The visualizations of complex solutions of the basic equation of oscillatory dynamics of systems are presented. Visualizations were obtained using the modern package Wolfram Mathematics 11.0. The properties of the mapping e^{iz} are studied. The results obtained in the work are of a constructive nature. Basically they are the fruits of computer experiments. It is shown that the difference between the real parts of the neighboring solutions of the equation $e^{iz} = z$ tends to 2π as z increases. It is also shown that the coefficient value for the imaginary part is less than zero, excluding $z=0$. A transcendental equation is constructed which makes it easy to find fixed points of this map on a computer. Specific values of the solutions of the equation $e^{iz} = z$ with allowance for $e^{2\pi i} = 1$ can be determined from $K = \dots$ $1, 0, +1, \dots$ from the transcendental equation $\text{Ln}(\cos(a) / (a - 2\pi K)) - (a - 2\pi K) \text{tg}(a) = 0$. The values of the first solutions of this equation are presented. Also these first solutions are presented in the complex area. It is shown that the map has one stable and infinite number of unstable equilibrium positions, there are an infinite number of repelling 2-periodic cycles. The problem of determining periodic cycles of length n for the map e^{iz} reduces to solving a system of transcendental equations ($a_0 = a_n, b_0 = b_n$), $a_{i+1} = fa(a_i, b_i), b_{i+1} = fb(a_i, b_i)$ for $i = 0, n-1$. Examples of periodic cycles of length 2, 3, 4, 5 are constructed. The Julia sets for various hyperbolic images are visualized. The latter are asymptotic expansions of e^{iz} .

Keywords: complex number, limit, matrix, oscillations, Poincaré, fractal.

Статья поступила в редакцию 14.2.2017
Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко

УДК 004.896

Комплекс средств и методов работы с формальными грамматиками в семиотической концептуальной модели предметной области интеллектуальных САПР

А.В. Григорьев

1) Донецкий национальный технический университет
grigorievalvl@gmail.com

Григорьев А.В. Комплекс средств и методов работы с формальными грамматиками в семиотической концептуальной модели предметной области интеллектуальных САПР. Рассмотрен комплекс методов работы с формальными грамматиками, определенных в рамках концептуальной модели предметной области инструментальной оболочки для автоматизации построения интеллектуальных САПР ограниченного класса. Работа носит итоговый характер.

Ключевые слова: формальные грамматики, концептуальная модель предметной области, семиотическая модель, САПР.

Введение

САПР относятся к важнейшим информационным системам. Развитие производства и общества в целом не мыслимо без применения САПР. Лавинообразное увеличение числа предметных областей (ПрО), где требуется создание САПР, ставит проблему автоматизации их создания. Методы и средства систем искусственного интеллекта (СИИ), проникая, в том числе, и в область создания САПР, позволяют сделать решение этой проблемы реальностью. Данная тенденция, к сожалению, пока не получила своего полного воплощения на практике. Т.о., актуальным является построение унифицированных средств и методов построения САПР, адаптируемых на технологии проектирования в требуемой ПрО, обеспечивающих более высокую эффективность процесса создания и функционирования как новых интеллектуальных САПР (И САПР), так и модификации существующих САПР до уровня гибридных. Проведенный ранее анализ [] тенденций развития САПР и СИИ в современных условиях позволяет сделать вывод, что актуальной становится задача разработки комплексной КМ ПрО САПР как основы для создания специализированной инструментальной оболочки (ИО), предназначенной для построения интеллектуальных САПР уровня АРМ, учитывающей тенденции развития САПР и СИИ и являющейся средством предметной и проблемной адаптации в современных условиях.

При этом данная КМ должна обеспечивать следующие возможности предметной и проблемной адаптации: 1) ИО должна быть способна настраиваться на любую

техническую или не техническую ПрО, обладающей достаточно формализованным описанием объекта и методами построения объекта с требуемыми характеристиками; 2) Быть ориентирована на эксперта в ПрО, выполняющего адаптацию САПР, как источник знаний при построении моделей объекта проектирования и проектных процедур и быть способной адаптироваться на специфический уровень его квалификации; 3) Адаптироваться на данную ПрО с характерными для нее типами фазовых переменных и координат взаимодействия; 4) Быть ориентированной на построение набора требуемых типов изделий в данной ПрО; 5) Формировать состав модельных АУ требуемой полноты; 6) В рамках каждого АУ формировать набор моделей, проектных процедур и критериев требуемой полноты; 7) ИО должна при построении САПР на каждом АУ, задавая набор процедур, моделей и критериев, обеспечить способность задать иерархические, регулярные структуры, реализующие регулярные же, иерархически организованные функции, специфичные для данной ПрО; 8) Иметь возможность адаптироваться на достигнутый уровень воплощения методик проектирования для существующих САПР в данной ПрО, т.е. – быть ориентирована либо на построение нового автономного интеллектуального САПР (И САПР) в случае отсутствия П САПР, либо – интеллектуальной надстройки над существующим САПР, добавив в нее те или иные проектные процедуры, повысив тем самым уровень воплощения методик проектирования; 9) ИО должна обеспечивать построение либо всех процедур САПР целиком в форме ЭС, либо - построение САПР как гибридной.

Построение данной КМ выполнено автором в рамках работ [1-30]. Данная КМ является основой построения соответствующего инструментального комплекса по автоматизации построения интеллектуальных САПР некоторого ограниченного класса – мета-эвристической оболочки (МЭО).

Наибольшее влияние на методы построения КМ оказала выбранная форма ее представления – семиотическая модель. А так как главный компонент СМ – это формальные грамматики, то без преувеличения можно сказать, что суть КМ – это набор методов работы с формальными граммами, определенными в рамках СМ.

Цель работы: описать структуру средств и методов работы с формальными граммами в рамках С КМ ПрО МЭО.

1. Общие принципы построения С КМ ПрОб МЭО

Ранее в работах [1,2] был определен ряд принципов построения инструментальной мета-эвристической оболочки (МЭО), предназначенной для построения интеллектуальных САПР. К главным особенностям МЭО относится:

1) работа с моделями [3,4,5] сложных объектов различной степени недоопределенности.

2) ориентация при обучении базы знаний комплекса на ограниченное количество имеющихся в наличии апробированных на практике моделей сложных объектов данной предметной области;

Ограниченное число моделей сложных объектов предполагает необходимость автоматизации синтеза возможных решений с различной степенью их определенности с последующим отсевом выбором имеющих смысл решений с целью ускорить их ввод в базу знаний САПР.

Структура МЭО и технология работы с МЭО проиллюстрированы на рис. 1.

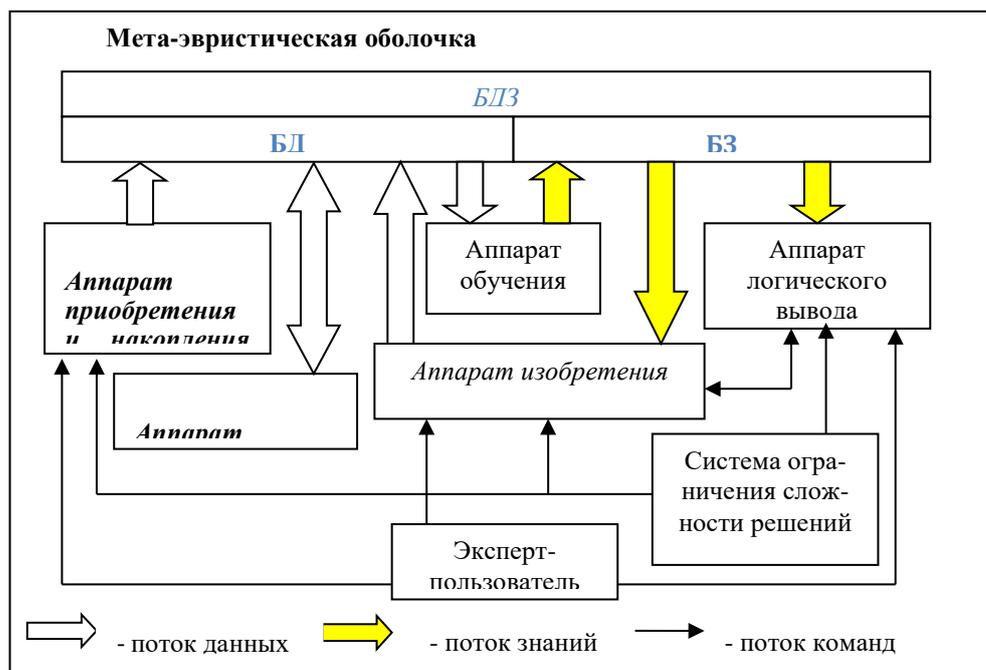


Рисунок 1 - Структура мета-эвристической оболочки

Кратко опишем назначение некоторых элементов комплекса:

1) Аппарат моделирования – обеспечивает нахождение недоопределенной информации предметной области, путем рассмотрения данной задачи на динамических недоопределенных вычислительных моделях [31,32,33].

2) Аппарат изобретения – обеспечивает создание новых объектов некоторого заданного типа.

3) Система оценки и ограничения

сложности моделей – оценивает и ограничивает сложность объектов для любых предметных областей (ПрОб) как при вводе апробированных (достоверных) объектов их проблемно-ориентированных САПР или при прямом вводе объектов пользователем, а так же при синтезе (изобретении) объектов. Запрещает рассмотрение не имеющих смысла или слишком сложных для анализа данным пользователем объектов, повышая тем самым скорость процесса изобретения.

Общие принципы построения С КМ

ПрОб МЭО:

1. Построение САПР решения типичных задач проектирования, где имеет место большое, но ограниченное множество возможных решений;
 2. Физическая семантика ПрОб;
 3. И-ИЛИ-дерево как форма контекстно-независимой грамматики описания множества решений структур или функций объекта некоторого типа;
 4. Семиотическая модель как форма представления КМ ПрОб;
- Рассмотрим данные принципы детальнее.

1.1. Построение САПР решения типичных задач проектирования

Существует ряд определений САПР, что связано со сложностью этого понятия. Примеры определений САПР: как комплекс средств, как совокупность проектных процедур, как набор этапов разработки документации и т.д. [34]. Однако, в качестве главного определения можно рассматривать процедурное определение САПР. В соответствии с ним САПР представляет собой ряд моделей объекта проектирования возрастающих уровней абстракции (АУ), связанных проектными процедурами, модифицирующими данные модели под управлением соответствующих критериев (см. рис. 2).

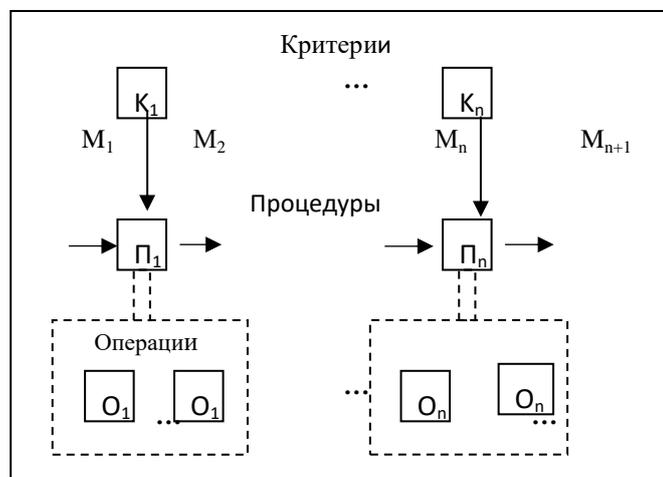


Рисунок 2 - Структура САПР

Совокупность критериев составляет в целом ТЗ на изделие. Набор процедур определяет методику проектирования. Каждая процедура есть комплекс проектных операций. Каждому АУ соответствует некоторое подмножество процедур и связанных с ними форм представления моделей объекта проектирования. Типичные проектные процедуры, относящиеся к любому АУ, это: синтез (выбор) модели, редактирование, верификация (моделирование), документирование. Типичные формы представления моделей объекта проектирования: система уравнений, документ, графический образ, таблица, текст на некотором языке программирования и т.д. В САПР используются такие АУ моделей проектирования и, соответственно, уровней наборов проектных процедур:

- структурный (полное отсутствие модели функций в модели объекта проектирования);
- системный (уровень потоков заявок как модели функций объекта);

- функционально-логический (уровень дискретных, логических уравнений, составляющих модель объекта);

- количественный, включая подуровень макро-моделей, т.е. моделей с сосредоточенными параметрами (уравнений Кирхгофа) и подуровень микро-моделей, т.е. моделей с рассосредоточенными параметрами (уровень дифференциальных уравнений в частных производных как моделей объекта).

Перечисленные АУ уровни упорядочены по возрастанию сложности и отличаются:

- полнотой представления модели пространства и времени (наличием или отсутствием, дискретным или непрерывным представлением);
- полнотой отражения совокупности фазовых переменных (поток и потенциал) и координат взаимодействия (емкость, индуктивность и т.д.);
- полнотой состава дополнительных свойств и отношений (функций), отделенных в модели объекта (топологические,

функциональные, энергетические и т.д.);

- полнотой представления законов сохранения (энергии, вещества и т.д.), выраженных посредством набора отношений.

На практике это приводит к тому, что САПРы могут решать два класса задач, отличающихся размером пространства поиска решений проектных процедур:

- задачи типичного проектирования, т.е. – выбора подходящего решения из ряда известных;

- задачи поискового конструирования, т.е. - поиска неизвестного ранее решения (изобретения).

1.2. Физическая семантика КМ ПрОб МЭО

Содержательная формулировка КМ ПрОб МЭО, соответствующая физической семантике ПрОб:

1) жизненный цикл объекта представляется как совокупность линейных векторных пространств, соответствующих числу необходимых тактов времени;

2) линейные векторные пространства связаны набором "временных" связей;

3) элементами линейных векторных пространств являются пространственные координаты, связанные совокупностью "пространственных" связей, определенных внутри "временных" связей;

4) пространственная координата может рассматриваться как физическая точка (ФТ), в случае, если состав и значения ее свойств отличается от "неопределено";

5) свойства ФТ возникают только как факт отражения существования "простых" связей между ФТ внутри "пространственных" связей;

6) "собственное" свойство - идентификатор ФТ есть некоторая фазовая переменная данной ПрОб, задающая потенциал точки для некоторой субстанции; задается посредством "кольцевого" отношения над ФТ;

7) совокупность "собственных" свойств ФТ определяется уровнем представления модели и ПрОб;

8) "чужое" свойство ФТ - задание факта наличия связи - отношения, задающего меру влияния потенциала другой ФТ на потенциал данной ФТ; задается посредством "простой" связи над парой ФТ;

9) модель функции ФТ задается табличным образом как множество возможных комбинаций значений свойств-потенциалов ФТ (по всем временным, пространственным и "простым" связям), когда-либо имевшим место на практике;

10) отношение зависимости связанной

пары потенциалов "свой" - "чужой", выделенное внутри модели функции ФТ, определяет меру влияния "чужого" потенциала на "свой" потенциал ФТ и задает поток, направленный на уравнивание потенциалов во времени; данное отношение задается как функция "простой" связи, определенной внутри "пространственной" связи;

11) отсутствие в наборе свойств некоторой ФТ1 "чужого" свойства ФТ2 говорит о невозможности влияния потенциала ФТ2 на потенциал ФТ1 (отсутствующая или однонаправленная связь);

12) функция "простой" связи определяется таблично как совокупность историй поведения ее во времени и косвенно задает параметры связи (емкость, сопротивление и т.д.);

13) модель функции ФТ строится в соответствии с законами сохранения движения и энергии;

14) модели функций ФТ и "простых" связей задают функциональные и энергетические связи, простые связи задают структурные и причинно-следственные связи, пространственные связи задаются явно (см. выше);

15) вещественные связи, связанные с переносом вещества, определяются как изменение ФТ своих пространственных координат и строятся в соответствии с законом сохранения массы;

16) переход на новый уровень представления модели предполагает не только декомпозицию избранного набора ФТ (блоков) и свойств на более мелкие, но и увеличение числа этих точек, т.е. изменение (расширение) вышележащих уровней декомпозиции.

1.3. И-ИЛИ-дерево как форма контекстно-независимой грамматики описания множества решений структур или функций объекта некоторого типа;

1. И-ИЛИ-дерево как аппарат представления БЗ

Опишем принятый в среде мета-эвристической оболочки метод представления знаний [1]. Основой данного метода является использование И-ИЛИ-дерева как аппарата представления БЗ.

Базой знаний в системе является:

- И-ИЛИ-дерево, то есть упорядоченное множество вершин по «И» и по «ИЛИ», при этом все вершины имеют свой адрес в И-ИЛИ-дереве;

- Множество семантических двунаправленных зависимостей между ИЛИ-вершинами, описывающими их совместимость

между собой, то есть множество правил вывода или продукций.

Представление данных в виде И-ИЛИ-дерева необходимо для выполнения теоретико-множественных операций над БЗ системы в процессе обучения и вывода. Поиск решений в системе ведется по И/ИЛИ-дереву, которое состоит из единиц информации, представленных некоторой структурой.

Под И-ИЛИ-деревом понимается некоторый связный граф, не содержащий циклов и имеющий иерархическую многоуровневую структуру. Вершинам И-ИЛИ-дерева может быть дана следующая трактовка, выполненная с точки зрения терминов теории формальных грамматик [2]. Любая вершина рассматривается либо как терм либо как синтерм. Терм определяется как элементарный терминальный символ множества и включает оригинальный фрагмент описания некоторого объекта(ов) на некотором языке. Термы соединяются между собой только посредством операции "И" (&). Синтерм, т.е. нетерминальный символ, задается как имя множества, которое может в дальнейшем раскладываться. Элементами разложения могут быть как термы, так и синтермы, соединенные посредством операции "И" (&) или "ИЛИ" (V). Синтермы всегда записываются в соответствии с нотацией Бекуса-Наура только в угловых скобках " $\langle \rangle$ ". Очевидно, что термы будут являться только листьями дерева, которые, не могут иметь "сыновей" в данном дереве.

Для избранного подхода к представлению И-ИЛИ-деревьев справедливы следующие утверждения:

- Каждая вершина или узел дерева представляет собой описание фрагмента объекта;
- Каждая полная цепочка от вершины дерева до некоторого листа есть объект, состоящий из фрагментов, которые представлены узлами входящими в данную цепочку;
- Синтермы, имеющие одного «отца», являются альтернативами по отношению к друг другу;
- Отношения между ИЛИ связывает те термы, комбинация которых принадлежат некоторому непустому множеству семантически верных (проверенных) объектов, имеющих место в И-ИЛИ-дереве;
- Прототипы или верифицированные объекты есть основа построения И-ИЛИ-дерева;
- И-ИЛИ-дерево есть средство:
 - компактной записи множества известных объектов;
 - порождения гипотез о возможных новых объектах;

- И-ИЛИ-дерево – это множество синтаксически правильных выражений;

- Продукции определены над И-ИЛИ-деревом и задают правила вывода, которые в совокупности позволяют вычленишь из И-ИЛИ-дерева семантически верное подмножество, то есть те же самые аксиомы-объекты.

1.4. СМ как форма представления КМ ПрОб

Средства построения формальной модели.

Открытый характер базы знаний САПР требует использовать для ее построения семиотическую модель (СМ). СМ представляет собой открытую формальную систему и имеет форму восьмерки [36]:

$F = \langle T, C, A, P, r, b, g, d \rangle$, где:

T - множество базовых элементов системы, на которых строятся все выражения в F ;

C - множество правил построения синтаксически правильных формул, определяющих среди всех возможных выражений из базовых элементов те, которые синтаксически правильны;

A - множество аксиом F , образующее подмножество в множестве синтаксически правильных формул, которым априорно присваивается статус истинности;

P - множество правил вывода, или семантические правила, (позволяющие получать из аксиом новые синтаксически правильные формулы, которым можно приписывать статус истинности);

r, b, g, d - правила изменения, соответственно для T, C, A и P .

Для конструктивности семиотической модели требуется реализация следующих классов процедур:

$P1$ - определения принадлежности данного элемента множеству T ;

$P2$ - идентификации различия элементов множества T ;

$P3$ - определения синтаксической корректности элементов, построенных посредством правил C .

Процедуры $P1, P2$ и $P3$ должны быть конструктивными, т.е. завершаться через определенное число шагов.

Конструктивная СМ является разрешимой, если существует конструктивная процедура $P4$, дающая однозначный ответ на вопрос - является ли данный синтаксически корректный элемент семантически верным.

СМ может рассматриваться как форма представления концепции "возможных миров" Крипке. Проблема построения разрешимой СМ

в общем случае пока не решена.

2. Общая структура средств и методов работы с формальными грамматиками в рамках СМ

Общая структура включает в себя следующие методы и средства работы с формальными грамматиками в рамках СМ:

1) Методы построения **системы вложенных формальных проблемно-независимых языков спецификаций** на базе физической семантики ПрОб с привлечением аппарата НЕ-факторов;

2) Комплекс **методов задания семантических зависимостей** над контекстно-свободными грамматиками, адаптированные к различным условиям их применения;

3) Комплекс алгоритмов **выполнения теоретико-множественных операций** над грамматиками, адаптированные к различным условиям их применения;

4) **Методы обучения**, т.е. – построения базы знаний, на базе ТМО, адаптированные к различным условиям их применения;

5) Методы организации **логического продукционного вывода** на базе ТМО, адаптированные к различным условиям их применения;

6) Метод **оценки сложности** выполнения теоретико-множественных алгоритмов над грамматиками различных типов;

7) Методы преобразования грамматического описания объекта, имеющего **не допустимую когнитивную сложность** представления, к виду, имеющую допустимую форму представления когнитивной сложности;

8) **Изобретение новых решений** – как инструмент сужения числа аксиом грамматики, построенной путем обобщения прототипов;

9) Построение системы **интерфейсов** «Язык предметной области ↔ Язык формальных спецификаций соответствующего уровня абстракции» с целью обеспечения.

Рассмотрим их детальнее перечисленные компоненты.

3. Методы построения системы вложенных формальных проблемно-независимых языков спецификаций на базе физической семантики ПрОб с привлечением аппарата НЕ-факторов

СМ КМ ПрОб включает 6 обязательных уровней: 1) исходной модели; 2) задания времени как блока и свойства; 3) значений свойства времени и моделей пространств; 4) пространственных точек и их идентификаторов; 5) «простых» свойств и внутренних функций блоков; 6) значений "простых" свойств и "кортежей" функций. Все уровни описываются, исходя из общих аксиом, сформулированных в [10]. Рассмотрим последовательно все перечисленные уровни. Правила преобразования семантически верных выражений (правила **g** для **A**), соответствующих **Ti**-му отношению сигнатуры, будем обозначать как **Gi** и формулировать их по мере описания системы уровней.

3.1. Уровень исходной модели

Исходная модель предмета уровня 1 (рис. 3) включает блок с именем, но без внутренней структуры, имеющим единственное недоопределенное свойство без имени и структуры, единственную "круговую" связь, замыкающую блок сам на себя. Зададим состав семантически верных отношений исходного уровня (аксиомы ЛА1-ЛА4), задающих описание глобальной аксиомы - *прототипа*, описывая одновременно синтаксис отношений:

СВЯЗЬ "C0" ПО "NIL"

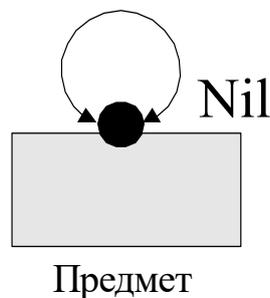


Рисунок 3 - Изначальное представление модели предмета

ЛА1. Единственный недоопределенный блок – модель предмета, имеет идентификатор " Π ", но не имеет структуры - $\mathbf{B} = \&\{ \Pi \}$.

ЛА2. Единственное недоопределенное свойство не имеет идентификатора и структуры:
 $\mathbf{D} = \&\{ Nil_1^D \}$.

ЛА3. Внешняя граница блока Π :
 $\mathbf{G}[\Pi] = \{ \Pi.Nil_1^D \}$, где точка обозначает отношение принадлежности свойства блоку.

ЛА4. Среда или множество связей уровня (рис. 1) имеет вид: $\mathbf{L}_\Pi = \&\{ l_1^\Pi \}$.

Структура связи: $l_1^\Pi = \Pi.Nil_1^D \Leftrightarrow \Pi.Nil_1^D$, где \Leftrightarrow обозначает двунаправленное отношение передачи информации между блоками через свойства их внешних границ.

Будем обозначать связь l_1^Π как C0. Принятая выше грамматика описания отношений в ЛА1-ЛА4 входит в множество синтаксически верных отношений, составляющих прототип.

ЛА5. Модель прототипа уровня 1 не имеет альтернативных форм представления.

ЛА6. Перечисленный состав блоков, свойств, границ и связей задает набор системообразующих элементов модели данного уровня.

3.2. Уровень задания времени - блока и свойства

Уровень 2 предполагает декомпозицию исходного свойства Nil_1^D блока Π на три подсвойства - обратный элемент, время T и неопределенность. Одновременно выполняется декомпозиция блока Π на обратный элемент, блок *Время* (в дальнейшем просто " \mathbf{B} ") и неопределенность (рис. 4). Тут \mathbf{B} - собственное свойство блока T .

Множество связей $\mathbf{L}_B = \&\{ l_k^B \}_{k=1}^6$ является декомпозицией связи l_1^Π . Структура связи l_1^Π предполагает связь подблока \mathbf{B} с внутренней границей блока Π (т.е. $\underline{\Pi}$), затем связь между внутренней и внешней границами блока Π и затем связь блока Π самого с собой (внутри "старой" связи C0):

$$l_1^B = \Pi(\mathbf{B}).(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi(\underline{\Pi}).(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi.(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi.(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi(\underline{\Pi}).(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi(\mathbf{B}).(Nil_1^D(T)) \quad (1)$$

Упустив промежуточные этапы, выражение (1) можно переписать как:

$$l_1^B = \Pi(\mathbf{B}).(Nil_1^D(T)) \Leftrightarrow \Pi(\mathbf{B}).(Nil_1^D(T)). \quad (2)$$

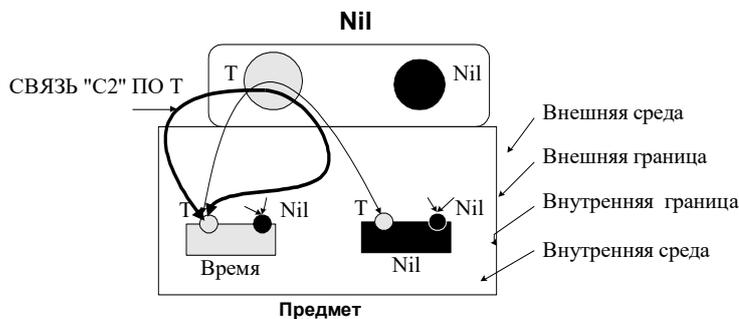


Рисунок 4 - Уровень ввода времени как свойства и блока

3.3. Уровень значений свойства времени и моделей пространства

Уровень 3 предполагает декомпозицию свойства T на совокупность дискретных

значений времени и одновременную декомпозицию блока \mathbf{B} на совокупность моделей пространств, соответствующих отдельным значениям времени (рис. 5).

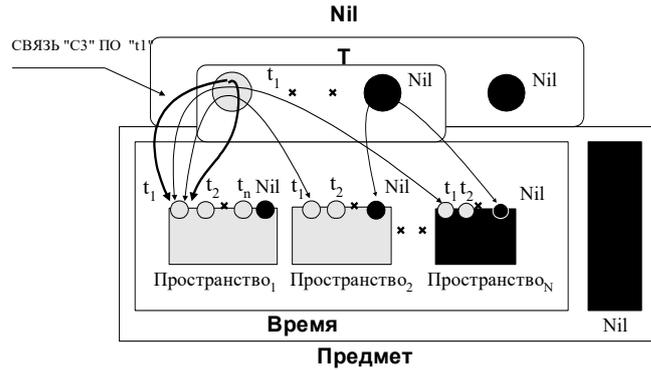


Рисунок 5 - Уровень определения моделей пространств

3.4. Уровень пространственных точек и их идентификаторов

Уровень 4 предполагает перевод всех значений свойства T в разряд новых свойств и дальнейшую их декомпозицию на ряд Структура пространственной связи:

собственных значений, в качестве которых выступают идентификаторы физических точек пространства. Одновременно выполняется декомпозиция моделей пространств P на блоки - физические точки пространств (рис. 6).

$$l_{kv}^{Tx} = P_{i1}^k(X_{r1}^k) J_c^k(x_u^v) \Leftrightarrow P_{i2}^k(X_{r2}^k) J_c^k(x_u^v); \forall r1, r2. \quad (3)$$

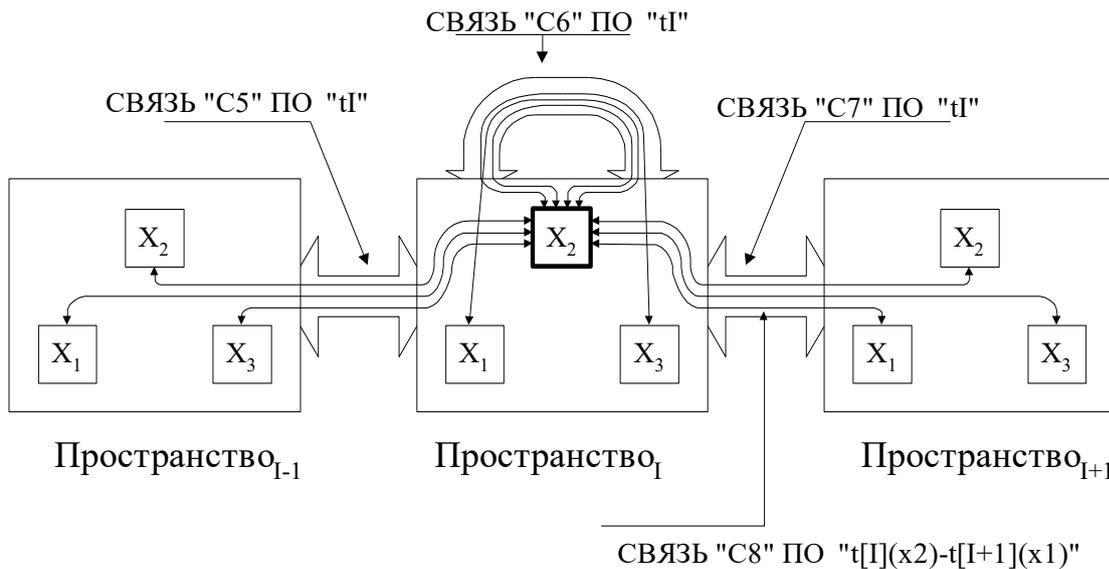


Рисунок 6 - Фрагмент совокупности связей ПТ

3.5. Уровень «простых» свойств и внутренних функций блоков

Уровень 5 предполагает перевод всех идентификаторов пространственных координат из разряда значений в разряд новых свойств и дальнейшую их декомпозицию на ряд собственных значений - идентификаторов "простых" свойств физических точек пространства, а так же декомпозицию моделей

блоков - физических точек пространств на множество блоков - носителей простых свойств или внутренних функций (ВФ). Каждое "простое" свойство есть потенциал ПТ в данной предметной области (гидро, тепло и т.д.). ВФ наследует все свойства и связи ПТ. Совокупность свойств внешней границы отдельной ПТ определяется множеством ее связей (табл. 1).

Таблица 1. Пример состава свойств ПТ X_2^0 .

t_{-1}^1						t_0^2						t_{+1}^3					
x_1^1		x_2^2		x_3^3		x_1^4		x_2^5		x_3^6		x_1^7		x_2^8		x_3^9	
s_1^1	s_2^2	s_1^3	s_2^4	s_1^5	s_2^6	s_1^7	s_2^8	s_1^9	s_2^{10}	s_1^{11}	s_2^{12}	s_1^{13}	s_2^{14}	s_1^{15}	s_2^{16}	s_1^{17}	s_2^{18}

В этом примере верхние индексы нумеруют свойства в пределах всего множества свойств данного уровня, а нижние индексы - в пределах вышележащей структуры данных. Т.о., внешняя граница ВФ:

$$\forall i, j, c, u : G[P_i (X_j^i (F_z^{ij}))] = \&\{ P_i (X_j^i (F_z^{ij})) t_c^j (x_u^c (s_h^u)) \}_{h=1}^{N_h^{ijcu}} ; \quad (4)$$

$$\{ t_c^{ij} (x_u^c (s_h^u)) \}_{h=1}^{N_h^{ijcu}} \subseteq t_c (x_u^c). \quad (5)$$

G4) Множество «простых» связей внутри пространственных связей:

$$l_{kv}^{Tx} = \{ l_{kve}^{Tx} \}_{e=1}^{N_e^{kv}}. \text{ Каждая отдельная "простая" связь имеет вид:}$$

$$l_{kve}^{Tx} = P_{i1}^k (X_{r1}^k) t_c^k (x_u^v (s_b^e)) \Leftrightarrow P_{i2}^k (X_{r2}^k) t_c^k (x_u^v (s_b^e)); \forall r1, r2. \quad (6)$$

3.6. Уровень значений "простых" свойств и "кортежей" функций

Выполняется перевод всех идентификаторов "простых" свойств ПТ из разряда значений в разряд новых свойств и дальнейшую их декомпозицию на ряд собственных значений, т.е. идентификаторов значений "простых" свойств, а так же декомпозиция ВФ на блоки - носители значений "простых" свойств - "кортежи".

3.7. Выводы по разделу

Предложенная система моделей фактически задает систему вложенных языков формальных спецификаций описанного выше вида.

4. Комплекс методов задания семантических зависимостей над контекстно-свободными грамматиками, адаптированные к различным условиям их применения

В данный комплекс входят:

- **атрибутные грамматики**, где каждый терм или синтерм грамматики имеет список атрибутов, задающих его принадлежность к именованному прототипу решения; используются для задания множеств прототипов малой мощности;

- **отношения совместности-несовместности над ИЛИ-узлами** контекстно-свободной грамматики, моделирующие в обобщенном виде атрибутивные грамматики, и косвенно моделирующих атрибутивные грамматики; используются для задания множеств прототипов средней мощности;

- **контекстно-свободные грамматики с явным использованием НЕ-фактора**, идентифицирующего неопределенный компонент грамматики, играющие совместно с предикатом «Существует» и возможным отрицанием роль посылок и выводов в явно заданных продукционных зависимостях, так же косвенно моделирующих атрибутивные грамматики; используются для задания множеств прототипов большой мощности.

Конкретные примеры некоторых грамматик будут показаны в рамках последующих разделов.

5. Комплекс алгоритмов выполнения теоретико-множественных операций над грамматиками, адаптированные к различным условиям их применения

Автором предложен целый комплекс алгоритмов выполнения теоретико-множественных операций над грамматиками, адаптированные к различным условиям их применения.

Условия применения включают:

3.1) Форму грамматик:

- атрибутивные грамматики;
- грамматики с отношениями совместности-несовместности;

- грамматики с НЕ-фактором;

3.2) Семантику грамматик:

- грамматики с неизвестной семантикой;

- грамматики с известной семантикой;

Ниже, в качестве примера, приведен алгоритм выполнения ТМО над грамматиками с неизвестной семантикой и синтаксисом.

5.1. Специфика алгоритм выполнения ТМО над грамматиками с неизвестной семантикой и синтаксисом

Специфика предлагаемого подхода к представлению знаний в специализированной инструментальной оболочке для создания интеллектуальных САПР – мета-эвристической оболочке (МЭО) описана ранее в [10-22] и кратко может быть охарактеризована следующим образом. База знаний представляет собой И-ИЛИ-дерево с определенными отношениями (продукциями) над ИЛИ-синтермами. Цель вывода в базе знаний - обеспечение выбора требуемого прототипа по техническому заданию (ТЗ) как подмножеству значений ИЛИ-синтермов, т.е.:

- 2) Отношения между ИЛИ связывают те термы, комбинация которых принадлежит некоторому непустому множеству семантически верных (проверенных) прототипов, имеющих место в И-ИЛИ-дереве;
- 3) Аксиомы, или прототипы есть основа построения И-ИЛИ-деревя;
- 4) И-ИЛИ-дерево есть средство для компактной записи множества известных прототипов и порождения гипотез о возможных новых прототипах;
- 5) И-ИЛИ-дерево – это множество синтаксически правильных выражений;
- 6) Продукции определены над И-ИЛИ-деревом и задают правила вывода, которые в совокупности позволяют вычленивать из И-ИЛИ-деревя семантически верное подмножество, т.е. те же самые аксиомы-прототипы.

При работе в открытой базе знаний в среде мета-эвристической оболочки возникают следующие задачи:

- обобщение множеств прототипов по структуре и по функциям в пределах отдельного модуля знаний, т.е. создание И-ИЛИ-деревя;

- аппарат вывода в смысле теории сложности САУ, по базе знаний – как целевого пространства систем (ЦПС) [35] на базе ТЗ, аппарат преобразования И-ИЛИ-деревьев.

Как в том, так и в ином случае основу аппарата составляют теоретико-множественные операции (ТМО) над И-ИЛИ-деревом, и, в частности, такие операции, как пересечение, объединение, разность и дополнение множеств прототипов, хранящихся в И-ИЛИ-деревьях.

Все прототипы как модели объектов имеют в МЭО следующую иерархию описаний:

- 1) внешнее описание прототипа - ТЗ; назначение - внешняя идентификация, выбор прототипа из множества всех прототипов; интерфейс с малокавалифицированным пользователем;

- 2) описание на языке внутреннего

представления, имеющего определенную грамматику: блоки, массивы блоков, свойства блоков, значения свойств, массивы свойств, связи, массивы связей; назначение - явное текстовое описание модели; интерфейс с высококавалифицированным пользователем;

- 3) табличную форму записи и хранения модели; назначение - внутренне, инструментальное представление прототипов в форме, позволяющей обеспечить оптимальную форму для хранения и преобразования; интерфейс с пользователем в этом случае - не предусматривается.

Табличная форма записи прототипов есть преобразованная форма представления на языке внутреннего представления.

И-ИЛИ-дерево как форма обобщения прототипов имеет место на любом уровне представления моделей. Форма Бэкуса-Наура (БНФ) может выступать как форма представления И-ИЛИ-деревя, свойственная грамматическому характеру описаний моделей на уровнях 1 и 2. С другой стороны, БНФ всегда можно соотнести с И-ИЛИ-деревом в любой форме представления, в том числе и табличной, свойственной уровню 3. Т.о. средства выполнения ТМО над БНФ может рассматриваться как универсальный аппарат работы с И-ИЛИ-деревьями в любой форме представления - от уровня 1 до уровня 3.

Т.о. необходимо создать аппарат ТМО над БНФ. Для чего необходимо определить:

- класс грамматик, представленных в форме БНФ;

- возможные ограничения на алгоритм, т.е. область его применения и возможности;

- выбрать оптимальный набор инструментальных средств его представления, определяемый спецификой задачи.

И-ИЛИ-деревья, представленные в виде БНФ, которые могут в зависимости от способа решения задачи обобщения и изобретения иметь две альтернативные формы представления:

- 1) Всякая альтернатива в ИЛИ-синтермах связана впрямую со списком идентификации ряда прототипов (исходная версия). Множество прототипов есть подмножество множества синтаксически верных выражений СМ. Грамматическая трактовка: вариант контекстной зависимости в грамматиках, заданных идентификацией прототипов.

- 2) Всякая альтернатива в ИЛИ-синтермах не связана впрямую со списком идентификации ряда прототипов. Множество прототипов совпадает с множеством синтаксически верных выражений СМ. Грамматическая трактовка: вариант контекстной независимости в грамматиках.

В работе [13] сделан обзор существующих и возможных методов решения данной задачи, определен класс грамматик, представленных в форме БНФ, введены возможные ограничения на алгоритм, т.е. область его применения и возможности и доказана возможность построения необходимого алгоритма.

Опишем метод решения задач выбора оптимального набора инструментальных средств его представления, определяемый спецификой задачи и выполняется собственно построение алгоритма для второй формы представления И-ИЛИ-деревьев, предполагающей контекстную независимость в грамматиках.

5.2. Выбор средств реализации алгоритма

Для задания алгоритма возможно применение различных прогрессивных форм представления из среды CASE-технологий или объектно-ориентированного программирования.

Наиболее оптимальным путем есть применение идей и средств R-технологии автоматизации проектирования программ (Вельбицкий И.В.) по причине:

- 1) явного включения средств, ориентированных на работу с текстом;
- 2) удобная графическая форма представления алгоритма.

Пусть дано два множества текстов описания моделей, заданных БНФ. Необходимо сформировать алгоритм выполнения над ними теоретико-множественных операций (пересечение, объединение, разность, дополнение).

Предлагается следующий алгоритм сравнения двух множеств, порождающий на выходе результаты указанных теоретико-множественных операций (пересечение, объединение, разность, дополнение).

5.3. Основные определения, соглашения и ограничения

5.3.1. Основные определения

Определение 1.

Термом называется элементарный символ множества. Термы соединяются между собой только посредством операции "И" (&).

Определение 2.

Синтермом называется имя множества, которое может раскладываться. Элементами разложения могут быть как термы, так и синтермы, соединенные посредством операции "И" (&) или "ИЛИ" (V). Синтермы всегда записываются только в угловых скобках "<>".

Определение 3.

Если два множества совпадают по

имени, то это означает, что они эквивалентны и по структуре, т.е. одно и то же имя означает одно и то же множество.

Определение 4.

Если два множества совпадают по структуре, то это значит, что имена у них разные, а подмножества и способ их объединения одинаковый, т.е. одна и та же структура может иметь много разных форм записей, но при полном разложении этих форм записи мы в результате получим одно и то же.

5.3.2. Основные соглашения

Соглашение 1.

Элементы каждого отдельного множества должны соединяться только по "И", или только по "ИЛИ". Совместное использование этих двух знаков операций при записи разложения отдельного множества не допустимо.

Соглашение 2.

Не существует двух разных путей, порождающих одну и ту же цепочку термов.

Соглашение 3.

Каждый элемент по "ИЛИ" можно рассматривать как символ и как множество цепочек символов, начинающихся с этого символа. Если "ИЛИ" выступает как символ, присущие ему признаки помещаются в графе символа "СИМВ", в противном случае - в графе множества "МН".

Соглашение 4.

Если при движении по некоторому пути выяснилось, что данный символ "ИЛИ" представляет собой полностью просмотренное множество символов, то при движении по любому другому пути, приводящего к этому же символу, множество цепочек, начинающихся с этого символа, будет иметь тот же признак.

Соглашение 5.

Каждая строка вновь вводимого множества должна заканчиваться признаком конца "%". Знак "%" в конце строки играет служебную роль и в конечный текст не входит.

Соглашение 6.

Признаком "ЗНАК" (Z) помечаются все знаки множества как в основном и во вспомогательном стеках.

Соглашение 7.

Признаком "НЕОТРАБОТАН" (NO) помечаются все не обработанные элементы множества, соединенные по "ИЛИ" во вспомогательном стеке.

Соглашение 8.

Признаком "РАСКЛАДЫВАЕТСЯ" (R) помечаются все синтермы во вспомогательном стеке, которые подверглись разложению.

Соглашение 9.

Признаком "СОВПАДЕНИЕ" (S) помечаются все элементы множества (термы или синтермы) во вспомогательном стеке,

которые совпали со сравниваемыми элементами другого множества.

Соглашение 10.

Признаком "НЕСОВПАДЕНИЕ" (NS) помечаются все элементы множества (термы или синтермы) во вспомогательном стеке, которые не совпали со сравниваемыми элементами другого множества.

Соглашение 11.

При описании алгоритмов использованы сокращения:

ZAKON - регистр, куда вписывается правая часть множества $S = \text{"операция"}(a_1, a_2, a_3)$,

TOPM - таблица определения идентификаторов множеств (синтермов), каждая строка по структуре имеет вид $S = \&(a_1, a_2, a_3)$,

THNA - таблица счетчиков номеров амперсенодов;

STEK - основной стек, имеется два основных стека STEK1 и STEK2, предназначенных для левого и правого множества,

VSTEK - вспомогательный стек, имеется два вспомогательных стека VSTEK1 и VSTEK2, предназначенных для левого и правого множества, элементы - имена IM2 или IM2, имеющие:

- признаки: "NO" - неотработан;
- графу "MH" (множество), где возможны признаки - "NS", если оно не совпало и "S" - если совпало;

- графу "СИМВ" признак "R" - развернут, признак "S" - свернут;

PRST - признак стека, для левого стека принимает значение "L", для правого - "P";

PRS - признак сворачивания или несворачивания стека, принимает значение "1" и "0" соответственно;

RSR - регистр, хранящий синтерм из VSTEK с признаком "NS" в графе "MH", если он не совпал и "S" - если совпал;

IM - регистр для хранения идентификатора множества, выбираемого из стека для сравнения, имеется IM1 и IM2 исходя из типа стека;

TCH - текущее значение счетчика "амперсенодов" - промежуточных служебных множеств - синтермов, порождаемых алгоритмом; имеет начальное значение 1;

"@четный номер" и "@нечетный номер" - имена "амперсенодов"; тут "четный номер" и "нечетный номер" - значения TCH; синтермы @четный и @нечетный позволяют объединять и пересекать множества, имеющие разные синтермы, но одни и те же базовые термы, т.е. собственно порождаемое описание.

Соглашение 12.

В одном выражении можно использовать совместно термы и синтермы.

5.4. Основные ограничения

Ограничение 1.

Запрещено определять синтермы через самих себя.

Ограничение 2.

Порядок просмотра термов и синтермов при последовательном разложении БНФ одинаков как в первом так и во втором множестве.

5.5. Алгоритм ТМО над БНФ

5.5.1. Алгоритм записи в стек

Вход: Правая часть множества, записанная в регистр ZAKON. Выход: STEK.

Метод: При записи правой части множества в стек каждый терм записывается в отдельную ячейку стека и совокупность термов накрывается знаком "&". Каждый синтерм записывается так же в отдельную ячейку стека. Знак операции, посредством которого соединены подмножества - в вершине стека.

5.5.2. Алгоритм разложения

Вход: Элемент множества. Выход: TOPM.

Метод: Поиск элемента множества в TOPM. Если нашли, то запись правой части в STEK в соответствии с алгоритмом записи в стек, затем дозапись STEK в STEK1 или STEK2, а синтерма, который разложился - в VSTEK1 или в VSTEK2 соответственно, с признаком "R".

Если не нашли, то выдача сообщения, что данное имя - терм.

5.5.3. Алгоритм сворачивания (восстановления)

Вход: STEK, TCH, TOPM, PRST, VSTEK.

Выход: STEK, THNA.

Метод:

1) Если PRST = L, то наращиваем TCH на 1 (получаем @нечетный номер), затем наращиваем TCH еще на 1 (получаем @четный номер). Таким образом, имеем два регистра: @четный номер и @нечетный номер. Смотрим в STEK:

- идут подряд два знака, то первый знак поднимаем, а начиная со второго, анализируем;

- стоит один знак, начинаем анализ этого знака:

- а) знак "&" - анализируем признаки группы идентификаторов до следующего знака:

- если все идентификаторы имеют признак "S", то эта группа уничтожается, синтерм в RSR приобретает признак "S" в графе "MH", и помещается в STEK под первый знак, если он есть или в STEK, если его там нет;

- если встретился хоть один идентификатор с признаком "NS" в графе "MH", то группа идентификаторов уничтожается, синтерм в RSR приобретает признак "NS" в графе "MH" и помещается в STEK под первый

знак или в STEK.

б) знак "V":

- если встречаем идентификаторы с признаком "S", то засылаем их в @четный номер. Они должны соединяться посредством знака операции "V", и когда группа идентификаторов просмотрена, то цепочка этих идентификаторов должна заканчиваться признаком конца "%";

- если встречаем идентификаторы с признаком "NS", то засылаем их в @нечетный номер аналогично.

После того, как группа "ИЛИ" в STEK1 иссякла, анализируем регистры с амперсендами:

- если @четный номер пуст, а @нечетный номер полон, то уничтожает эти "ИЛИ", присваиваем синтерму из RSR признак "NS" в графе "МН" и засылаем в STEK1 под знак, или в вершину стека;

- если @четный номер полон, а @нечетный номер пуст, то

уничтожаем эти "ИЛИ", присваиваем синтерму из RSR признак "S" в графе "МН" и засылаем в STEK1 под первый знак, или в вершину стека, если знак отсутствует;

- если оба амперсенды не пусты, то записываем в TOPM сформировавшиеся четные и нечетные амперсенды, а затем

<имя синтерма> = @нечетный номер V @четный номер %,

где <имя синтерма> - синтерм, который разложился на совпадающие и несовпадающие "ИЛИ", попавшие в соответствующий амперсенд.

Затем эти амперсенды записываются в STEK1 со следующими признаками в графе "МН":

- @четный - с признаком "S";

- @нечетный - с признаком "NS".

Значение счетчиков записываются в таблицу хранения номеров амперсенда: сначала нечетный, а затем четный.

2) Если PRST = P, то

выбираем первый элемент из вершины VSTEK.

Если это знак, то засылаем его в основной стек STEK и выбираем следующий элемент из VSTEK.

Если это не синтерм, или синтерм, который не раскладывался (т.е. не имеет признака "R"), то:

- если PRS = 1, то поднимает знак, находящийся в вершине STEK и переписываем в него все идентификаторы из VSTEK до первого знака или до синтерма с признаком "R";

- если PRS = 0, то все идентификаторы до первого знака или до синтерма с признаком "R" переписываем в STEK.

Все идентификаторы в STEK переписываем с признаками, присущими им в

VSTEK. Если производится сворачивание, признаки уничтожаются.

Если это синтерм с признаком "R", то:

- если PRS = 0, дописываем этот синтерм в STEK и заканчиваем работу;

- если PRS = 1, смотрим в VSTEK:

а) идут подряд два знака: первый знак поднимаем, а начиная со второго уничтожаем все идентификаторы до следующего знака, а вместо них под поднятый знак помещаем элемент из VSTEK, который раскладывался;

б) стоит один знак: тогда уничтожаем все идентификаторы, начиная с этого знака до следующего. Следующий знак поднимаем и под него записываем синтерм; конец работы.

5.5.4. Алгоритм прямого хода.

Вход: STEK1, STEK2, VSTEK1, VSTEK2, TOPM.

Выход: STEK1, STEK2, VSTEK1, VSTEK2.

Метод: Сравниваем имена множеств.

Если $IM1 = IM2$, то множества совпали полностью.

K0:

Выбираем сообщения, что множество 1 совпало с множеством 2 и оканчиваем работу.

Если $IM1 \neq IM2$, то раскладываем $IM2$ и анализируем знак в вершине STEK2:

- знак & - идем на RIM1;

- знак V -

K1:

выбираем первый идентификатор из вершины STEK2, засылаем его в $IM2$ и сравниваем:

1) если $IM1 = IM2$, то на K0;

иначе раскладываем $IM2$ и анализируем знак в STEK2:

K2:

- если & - сворачиваем цепочку по "И" в соответствии с алгоритмом сворачивания и засылаем синтерм в VSTEK2, и на K1;

- знак V - на K1;

2) если $IM2$ - терм, то анализируем знак в STEK2:

- знак & - на K2;

- знак V - $IM2$ засылаем в VSTEK2 с признаком "NO" и выбираем следующий идентификатор по "ИЛИ".

Если STEK2 опустел, а $IM1 \neq IM2$, то восстанавливаем STEK2, сворачивая VSTEK2, выбираем $IM2$ из STEK2 и раскладываем.

RIM1:

раскладываем $IM1$ и анализируем знаки в STEK1 и STEK2:

если & - & - на YMN4,

иначе на INACH.

YMN:

выбираем идентификаторы из STEK1 и STEK2 и запоминаем их соответственно в регистрах $IM1$ и $IM2$ и сравниваем:

если $IM1 = IM2$, то засылаем их с признаками "S" в VSTEK1 и VSTEK2 соответственно и на YMN,

иначе

M3:

раскладываем $IM2$

- если $IM2$ - синтерм, то выбираем из STEK2 первый идентификатор, засылаем его в $IM2$ и на $M0$;

- если $IM2$ - терм, то смотрим, какой знак в вершине STEK2:

1) знак & - идем до первого "ИЛИ", или пока STEK2 не станет пуст, выбрасывая все встретившиеся идентификаторы в VSTEK2 с признаком "NS", заслав туда предварительно $IM2$ с признаком "NS".

Если нашли "ИЛИ", выбираем первый идентификатор по "ИЛИ" и на $M0$,

иначе

ZV:

восстанавливаем VSTEK2 до первого "S", или пока он не станет пуст (сворачивая). Затем выбираем идентификатор из ??TEK2, засылаем его в $IM2$, раскладываем $IM1$ и $IM2$ и на YMN.

2) знак V - засылаем этот идентификатор в VSTEK2 с признаком "NS" и выбираем следующее "ИЛИ". При этом все встретившиеся "И" засылаем в VSTEK2 с признаком "NO". Если "ИЛИ" уже нет, то на ZV.

M0:

если $IM1 = IM2$, то

M1:

выбрасываем в VSTEK2 все не просмотренные "ИЛИ" с признаком "NO" до первого знака, или пока STEK2 не станет пуст, затем содержимое $IM2$ с признаком "S" и все остальные "ИЛИ" до первого "И".

Из STEK1 также выбрасываем в VSTEK1 все не просмотренные "ИЛИ" с признаком "NO" до первого знака, а остальные со своими признаками, затем содержимое $IM1$ с признаком "S" и все остальные "ИЛИ" до первого знака и на YMN.

Если $IM1 \neq IM2$, то на M3.

При выборе идентификаторов из стеков в поиске "И" могут возникнуть ситуации:

1) STEK1 пуст и STEK2 пуст - работает алгоритм обратного хода (идем на OBNOD);

2) STEK1 пуст, а STEK2 не пуст - для STEK1 работает алгоритм сворачивания по "И", а в STEK2 сворачиваем все до идентификатора с признаком "S" (также работает алгоритм сворачивания);

3) STEK1 не пуст, а STEK2 пуст - идем на M;

4) STEK1 не пуст и STEK2 не пуст - продолжаем работу.

M: засылаем несовпавший по "И"

идентификатор под знак в STEK1 и выбираем идентификатор из VSTEK1:

- если это терм, то поднимаем знак в вершине STEK1 и помещаем терм туда;

- если это синтерм с признаком "R", то работает алгоритм сворачивания;

- если это знак:

знак & - засылаем его в STEK1;

знак V - первому идентификатору по "ИЛИ" присваиваем признак "NS" в графе "MH" и засылаем его в STEK1, после чего начинает работать алгоритм обратного хода (идем на OBNOD).

При поиске этого первого "ИЛИ" (оно имеет признак "S" в графе "СИМВ"), работает алгоритм сворачивания.

INACH: выбираем идентификаторы из STEK1 и STEK2, засылаем их в $IM1$ и $IM2$ соответственно и сравниваем:

- если $IM1 = IM2$, то идем на $M1$;

иначе идем на M3.

Примечание: после того, как выбрали очередной идентификатор из под знака, нужно проверить : если следующий знак, то выбранный знак не засылаем снова в STEK, а засылаем в VSTEK после последнего выбранного из STEK идентификатора.

5.5.5. Алгоритм обратного хода

Вход: STEK1, STEK2, VSTEK1, VSTEK2, TOPM, THNA.

Выход: TOPM.

Метод:

OBNOD: Идем по VSTEK1 в поисках первого идентификатора с признаком "NO" после первого встретившегося идентификатора с признаком "S".

Идентификаторы по "И" с признаком "S" в графе "СИМВ" переписываем в STEK1 с признаком "S" в "MH". При этом, отыскиваем такие же идентификаторы с признаком "S" в VSTEK2, сохраняя признак, а все предшествующие ему идентификаторы в том порядке, в котором анализировались, восстанавливаем в STEK2. Если встречаем синтерм с признаком "R", сворачивающий цепочку по "И", то сворачиваем в соответствии с алгоритмом сворачивания.

Если встретили знак "ИЛИ", переписываем все идентификаторы по "ИЛИ" из VSTEK1 до первого "S" в STEK1. Причем, идентификаторы, имеющие признак "S" в графе "СИМВ", приобретают "S" в графе "MH", а имеющие "NS" в графе "СИМВ", приобретают "NS" в графе "MH". Такие же идентификаторы с признаками "S" или "NS" из VSTEK2 засылаются в STEK2, попутно перебрасывая встретившиеся на пути к ним идентификаторы в STEK2. Идентификаторы с признаком "S" в "СИМВ" приобретают такие же признаки в графе "MH".

Когда встретили первый идентификатор с признаком "NO" после того, как первый встретившийся "S" заслали в STEK1, записываем его и все остальные до первого знака или синтерма с признаком "R" в STEK1, а в правом стеке переписываем все идентификаторы с сохранением присущих им признаков в STEK2 до первого идентификатора с признаком "S", или пока VSTEK2 не станет пуст. Если не нашли больше "S" в VSTEK2, то идем на POISK.

Затем выбираем первый идентификатор с "NO" из STEK1 и засылаем в IM1. Из STEK2 выбираем первый идентификатор с "NO" для сравнения, а все остальные, которые предшествуют ему, восстанавливаем в VSTEK2.

1) Если $IM1 = IM2$, то в левом стеке переписываем все идентификаторы по "ИЛИ" во вспомогательный стек из основного до первого знака, затем $IM1$ в VSTEK1 и $IM2$ в VSTEK2, а затем все остальные идентификаторы до первого "И", а в правом стеке = все идентификаторы до "ИЛИ" с "NO", затем все "NO" и идем на $IM2$.

POISK: выбираем из STEK1 идентификатор с признаком "NO" и начинаем сравнивать его со всеми идентификаторами STEK2, пока не дойдем до идентификатора, имеющего признак "S".

2) Если $IM1 \neq IM2$, то

S: восстанавливаем STEK2, пока VSTEK2 не станет пуст без сворачивания, раскладываем $IM1$, выбираем первое идентификатор из STEK1, засылаем его в $IM1$ и снова сравниваем со всеми идентификаторами STEK2 до идентификатора, имеющего признак "S".

Если $IM1$ не раскладывается, и не нашлось одинакового ему в STEK2, то смотрим, в каком контексте стоит этот терм:

- если в контексте "И", то

K: сворачиваем эту цепочку по "И", а ближайшему "ИЛИ", т.е. синтерму, свернувшему эту цепочку, даем признак "NS" в "МН" и помещаем рядом с просмотренными "ИЛИ" в STEK1 или в вершину стека и идем на POISK:

- если в контексте "ИЛИ", то

L: даем ему признак "NS" в "МН" и помещаем рядом с просмотренными "ИЛИ" в STEK1 или в вершину стека и на POISK.

Если $IM1 = IM2$, то смотрим, в каком контексте находятся $IM1$ и $IM2$:

- Если в STEK1 "&" и в STEK2 "&", то выбираем следующие идентификаторы из STEK1 и STEK2 и сравниваем, пока не исчерпаем всю цепочку "И". Если вся цепочка совпала, то сворачиваем в развернувший ее синтерм, даем ему признак "S" как множество, т.е. в "МН", и помещаем рядом просмотренными

"ИЛИ" в STEK1 и на POISK. Если хоть одно "ИЛИ" этой цепочки не совпало, то на K.

- Если в STEK1 "V" и в STEK2 "V", то засылаем в VSTEK1 все "ИЛИ" с "MO", затем все просмотренные, а потом этот $IM1$ с "C", в правом стеке аналогично и далее - на POISK.

- Если в STEK1 "&", а в STEK2 "V", то на K. - если в STEK1 "V", а в STEK2 "&", то на L.

Процесс прекращаем, когда вся цепочка идентификаторов по "ИЛИ" просмотрена и на P.

Если при поиске первого "NO" в VSTEK1 встречаем синтерм с признаком "R" (при анализе "ИЛИ").

P: ищем в THNA текущее значение счетчика амперсенов и начинает работать алгоритм сворачивания.

После работы алгоритма сворачивания содержимое STEK переписывается в STEK1.

Процесс прекращается, когда в VSTEK1 уже нет идентификаторов с признаком "NO", т.е. VSTEK1 пуст. При этом все идентификаторы с присущими им, или приобретенными при анализе их признаками, попадают в STEK1.

После чего восстанавливаем VSTEK1 и начинаем анализ VSTEK1.

В очередной @четный записываем цепочку идентификаторов, имеющих признак "S" в графе "МН", объединяя их между собой знаком "&". Цепочка должна оканчиваться признаком конца "%" и помещаться в TOPM. Когда VSTEK1 опустел в результате поиска следующего "S" в графе "МН", и все идентификаторы оказались в STEK1, переписываем содержимое STEK1 в VSTEK1.

Идем по VSTEK1 в поисках идентификатора, имеющего в графе "МН" признак "NS", переписывая все встретившиеся идентификаторы в STEK1, а все с признаками "S" в графе "МН" в очередной @нечетный. После того, как нашли первый идентификатор с признаком "NS", записываем его в @нечетный, а в STEK1 не переписываем. Далее, в @нечетный дописываем все идентификаторы с признаком "S" в графе "МН", а в STEK1 все идентификаторы со своими признаками.

Когда VSTEK опустел, переписываем STEK1 в VSTEK1 и начинаем поиски следующего "NS", действуя аналогично.

Процесс прекращаем, когда в VSTEK1 нет идентификаторов с признаком "NS". После чего выдается на печать вся таблица TOPM. В ней: последний @четный номер - результат пересечения множеств, а последовательность последних @нечетных номеров результат разности множеств. Объединение множеств - это все первое множество плюс разность.

Таблица 2 - Описание множества связей в типе блока.

Номер связи	Описание связи	Системобр./ Факульт-я.	Принадлежность прототипам
1	$\overline{A} : d1 \leftrightarrow \underline{A} : d1$	С	1,2,3
2	$\overline{A} : d2 \leftrightarrow \underline{A} : d2$	С	1,2,3
3	$\underline{A} : d1 \leftrightarrow \overline{B} : d1$	С	1,2,3
4	$\underline{A} : d2 \leftrightarrow \overline{B} : d2$	С	1,2,3
5	$\underline{A} : d3 \leftrightarrow \overline{B} : d3$	Ф	1,2
6	$\overline{A} : d4 \leftrightarrow \underline{A} : d4$	Ф	2,3
7	$\overline{A} : d5 \leftrightarrow \underline{A} : d5$	Ф	2,3
8	$\underline{A} : d4 \leftrightarrow \overline{C} : d4$	Ф	2,3
9	$\underline{A} : d5 \leftrightarrow \overline{C} : d5$	Ф	2,3
10	$\overline{B} : d3 \leftrightarrow \overline{C} : d3$	Ф	2,3

Результат выполнения теоретико-множественных операций над совокупностями

связей, образующими данные прототипы, показан на рис. 8.

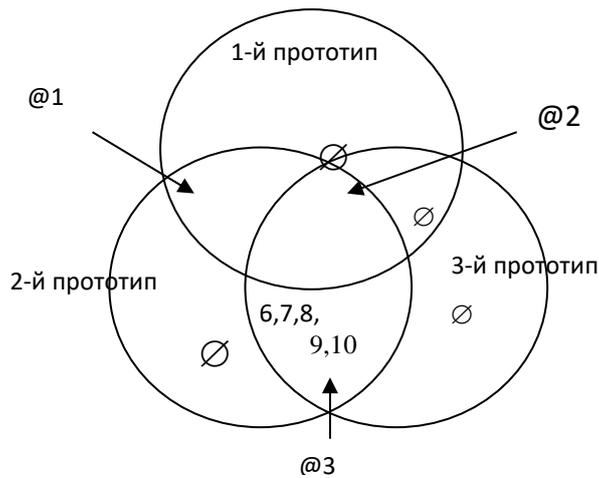


Рисунок 8 - Выделение частей прототипов

Тут: @j - некоторая часть внутренней среды прототипов; 1,2... - номера связей, ∅ - пустое множество связей. При этом:

$$P_1 = @1 \& @2; P_2 = @1 \& @2 \& @3; P_3 = @2 \& @3; @1 = 5; @2 = 1 \& 2 \& 3 \& 4; @3 = 6 \& 7 \& 8 \& 9 \& 10. \quad (7)$$

Преобразуем множество прототипов А к форме И-ИЛИ-дерева:

$$A = (P_1 \vee P_2 \vee P_3) = @2 \& H1; H1 = @1 \vee @3 \vee H2; H2 = @1 \& @3.$$

На рис. 9 изображено полученное И/ИЛИ дерево. В скобках показаны номера прототипов, входящих в данную вершину, числами заданы номера связей, стрелками показан порядок декомпозиции узлов.

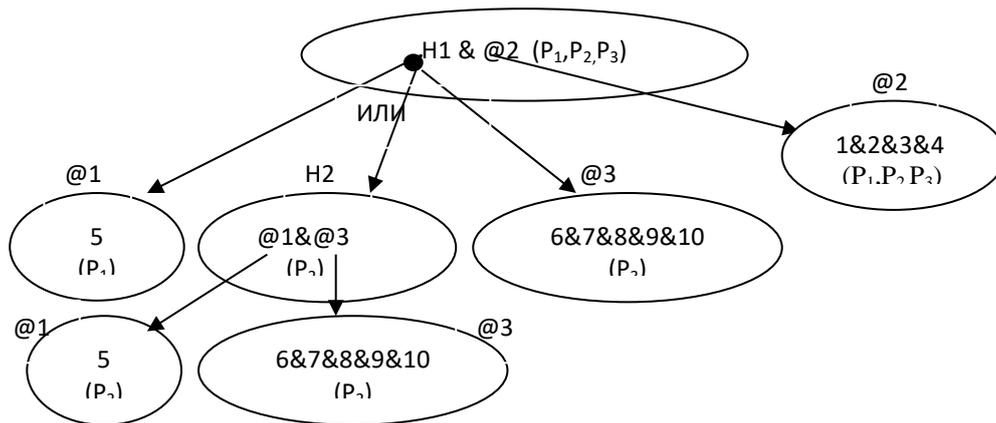


Рисунок 9 - Форма И-ИЛИ-дерева

7. Методы организации логического продукционного вывода на базе ТМО, адаптированные к различным условиям их применения

Структура комплекса методов использования ТМО такова:

- усечения атрибутивных грамматик путем использования комплекса стандартных правил вывода;
- усечения грамматик с отношениями совместности – несовместности путем использования комплекса стандартных правил вывода;
- пересечения, объединения, поиска разницы и дополнения для грамматик с НЕ-факторами, выполняемых в рамках заданного множества продуктов.

Фактически, речь идет реализации алгоритма функционирования процедуры П4 управления выводом в СМ. Ниже, в качестве примера, приведен вариант процедуры П4 для реализации пространственно-временной логики в рамках общего метода усечения атрибутивных грамматик путем использования комплекса стандартных правил вывода.

7.1. Вариант П4, обобщенный: часть прототипов известна, а часть - нет.

Пусть дано:

- 1) ТЗ - часть значений X'_{ij} для ряда T_j ; $X'_{ij} = \{X'_{ij}{}^m\}_{m=1}^{M'_{ij}}$, но собственно искомые прототипы - неизвестны;
- 2) Куча - совокупность $X_{ij} = \{X_{ij}{}^m\}_{m=1}^{M_{ij}}$, при том, что верно $X_{ij}{}^m \rightarrow \{\Pi_i^1, \dots, \Pi_i^{K_i}, Nil\}$, т.е. имеется частичное соответствие - "границы ПТ <-> состояния пространств".

Найти: все прочие X_{ij} .

Идем по пути 1, т.е. без счета прототипов, но удаляем неподходящие прототипы из числа известных, т.е. выполняем счет прототипов. Если мы сводим модель к одному из известных Π_i^k , то задача решена, т.к. траектория уже известна. Все новые состояния запоминаются как Π_i^k и как часть нового P^k .

Процедура П4:

- 1) Делаем текущим T_j начальное время T_1 ;
- 2) Выбираем один из X'_{ij} для данного T_j ;
- 3) Выполняем пересечение X'_{ij} и X_{ij} по множеству $\{X_{ij}{}^m\}$. Если пересечение пусто - выход по неудаче, если иначе - идем на 4;
- 1) Сужаем X_{ij} на дополнение к X'_{ij} , т.е. удаляем из X_{ij} неиспользуемые $\{X_{ij}{}^m\}$, а так же формируем список удаляемых состояний пространств Π_i^k (траекторий-прототипов P^k);
- 4) Удаляем для данного T_j из всех прочих $\{X_{ij}{}^m\}_{m=1}^{M_{ij}}$ удаленные ранее состояния (прототипы), пустые $X_{ij}{}^m$ - не

удаляются; затем последовательно проделываем то же самое для всех X_{ij}^m из T_{j+1} , T_{j+2} и т.д. до T_N ;

5) Переходим на 7 по просмотру всех $\{X_{ij}\}$ в T_j , иначе идем на 2;

6) Выбираем множество продукций - связей $L_{ij} = \{l_{ij}^k\}_{k=1}^{Kij}$ для данного X_{ij} со всеми $\{X_{ij}^m\}_{m=1}^{Mij}$ в данном T_j , а так же множества связей со всеми $\{X_{ij}^m\}_{m=1}^{Mij}$ в пространствах T_{j+1} , T_{j+2} и т.д. до T_N ;

7) Выполняем потоковый алгоритм Нариньяни [10] на множестве полученных связей, при том, что множество отношений интерпретации задано множеством границ; т.е.:

- выбираем одну из связей l_{ij}^k и обрабатываем ее, т.е. сужаем множество границ смежной по связи ПТ $X_{i'j} = \{M_{i'j}^k\}_{k'=1}^{K'i'j}$ в данном T_j ;

- далее переопределяем по связям $X_{i'j}$ множество возможных значений свойств у связанных с ней ПТ и т.д. во всех пространствах вплоть до окончания списка инициализированных связей.

Потоковый алгоритм Нариньяни предполагает конечное число шагов [31];

8) Если область определения любого свойства любой ПТ оказалась пуста, то выход по неуспеху, иначе - идти на 10;

9) Если обнаружен конец списка $\{X_{ij}'\}$ - то идти на 11, иначе - возврат на 2;

10) При $T_j = T_N$ - переход на 12; иначе - переходим к X_{ij}^m , часть X_{ij} которого уже определена на предшествующих шагах и далее переходим на 2;

11) Если хотя бы один X_{ij}^m из оставшихся не удаленными оказался пуст - то вводим новую идентификацию для данного нового прототипа и новых состояний в каждом T_j и запоминанием их; далее конец алгоритма по успеху.

8. Метод оценки сложности выполнения теоретико-множественных алгоритмов над грамматиками различных типов

Опишем метод оценки базы качества базы знаний, построенной на основе предлагаемого метода представления знаний

Все известные меры, которые возможно применить для оценки качества систем с базами знаний могут быть поделены на две группы:

1) Меры оценки механизмов логического вывода и структуры БЗ включают фактуальные оценки и технологические меры; например, фактуальные оценки включают: сложность БЗ, информативность БЗ, надежность вывода решения, достоверность выведенного решения, устойчивость БЗ, быстродействие системы представления и обработки знаний и т.д.

2) Меры оценки критериальных свойств для разработчиков - когнитологов и экспертов: релевантность знаний (их подтвержденность и достаточность), полнота умений (необходимость и достаточность процедур), проверенность знаний (их тестированность и целостность), уровень интеллектуальности (обучаемость, гибкость стратегий рассуждения и интерфейса), наличие мета-знаний и т.д.

Следует отметить громоздкость рассмотренной системы оценки качества БД. Мы будем рассматривать только главные выходные показатели эффективности вывода в базе знаний, задающие эффективность D-алгоритма синтеза логической области дедуктивной выводимости (ЛОДВ), соответствующего по структуре нашему алгоритму, а именно:

- $L(S)$ – длину логического описания ОДВ (число конъюнктов в ДНФ ЛОДВ);

- $M(S)$ – число замещений литералов в процессе работы алгоритма.

При этом, $L(S)$ задает пространственную сложность, $M(S)$ – временную сложность алгоритма. Временная и пространственная сложность вывода есть функции, зависящие от аргументов, являющимися структурными показателями сложности базы знаний:

- $H(S)$ – высота И-ИЛИ-дерева, т.е. наибольший ярус дерева (ярус целевой вершины полагается нулевым).

- $N(S)$ – число продукций в ЛСП S;

- $q(S)$ – число нетерминальных литералов в ЛСП S, увеличенное на 1;

- $x(s)$ – число терминальных литералов ЛСП S;

- k_v - наибольшая степень ИЛИ-вершин И-ИЛИ-дерева, соответствующего ЛСП S;

- $k_{\&}$ - наибольшая степень И-вершин И-

ИЛИ-дерева, соответствующего ЛСП S.

Длина ЛОДВ, построенного D-алгоритмом (ленточная сложность), не превысит $L_D(S) \leq k_v^{k_{\&}} * k_v^{(q(S)-H(S)+1)*(H(S)-2)}$. (8)

Общее число построенных в процессе работы D-алгоритма конъюнктов не превысит (временная сложность):

$$M_D(S) \leq k_v + k_v^{k_{\&}} * k_v^{\frac{k_v^{(q(S)-H(S)+1)*(H(S)-1)} - 1}{k_v - 1}}. \quad (9)$$

9. Методы преобразования грамматического описания объекта, имеющего не допустимую когнитивную сложность представления, к виду, имеющую допустимую форму представления когнитивной сложности

9.1. Краткая характеристика метода построения меры когнитивной сложности (КС)

Работа является последней в серии статей, посвященных когнитивной сложности моделей. Ранее были разработаны: 1) методика тестирования пользователей САПР для определения шкалы абсолютной КС моделей и границ допустимой КС представления моделей [24-26; 2) метод построения формальной меры для оценки когнитивной сложности моделей.

Метод построения формальной меры для оценки когнитивной сложности моделей кратко может быть охарактеризован так. Упорядочивания по сложности совокупности отношений в пределах отдельно взятого формального описания прототипа выполняется с помощью модифицированного метода диаграмм Хассе [35].

Кратко изложим суть метода. Пусть дана некоторая замкнутая ограниченная модель внутренней среды прототипа P, представленная множеством экземпляров отношений различных уровней общности. Данные отношения представлены таблично и могут быть упорядочены по взаимному включению в соответствии со шкалой Ш₁. Вес несравнимых слов, задан системой неизвестных коэффициентов:

$$M = \{M_i^m\}_{i=1, I_m}^{m=1, W}. \quad (10)$$

Здесь: W - число уровней типов отношений, имеющих место в прототипе; m - номер уровня иерархии отношений, i - номер отношения в пределах уровня; I_m - число отношений на уровне. Общее число отношений в диаграмме будем обозначать как I.

Тогда структурная (системная) сложность S_l для объекта-прототипа P_l, l = 1, Np может быть вычислена по формуле:

$$S_l = S_1^W \text{ для } \forall l : l = 1, Np. \quad (11)$$

Здесь: m = W - номер верхнего уровня иерархии отношений, i = I - номер единственного отношения верхнего уровня; S₁^W - сложность прототипа, представленного

как замкнутая среда. Сложность прототипа определяется по рекуррентному соотношению:

$$S_i^m = M_i^m * \sum_{j=1}^{K_i^{m-1}} S_j^{m-1}, i = 1, I_i^m. \quad (12)$$

Тут: i - номер узла m-го уровня; j - номер составляющего отношения в узле; K_i^{m-1} - число отношений в узле. Всякий узел содержит структуру Nil. При этом для базового 1-го уровня (значений свойств) выполняется

$$S_j^1 = I; \forall j.$$

Пример состава отношений приведен на рис. 10.

Построение меры КС проводится по следующей методике. Пусть дано:

- 1) $A = \{A_l\}_{l=1, \overline{Np}}$ - совокупность оценок абсолютной КС по шкале III_a для ряда прототипов $P_o = \{P_l\}_{l=1, \overline{Np}}$, полученные путем тестирования пользователей; данные оценки должны отражать сложность восприятия, проектирования и контроля моделирования моделей объектов;
- 2) Мера структурной сложности с

неизвестными весовыми коэффициентами M_i^m

Расчет коэффициентов меры КС производится по набору весов КС ряда тестовых примеров. Конкретный метод решения задачи построения абсолютной КС для произвольных прототипов зависит от числа примеров в наборе тестов.

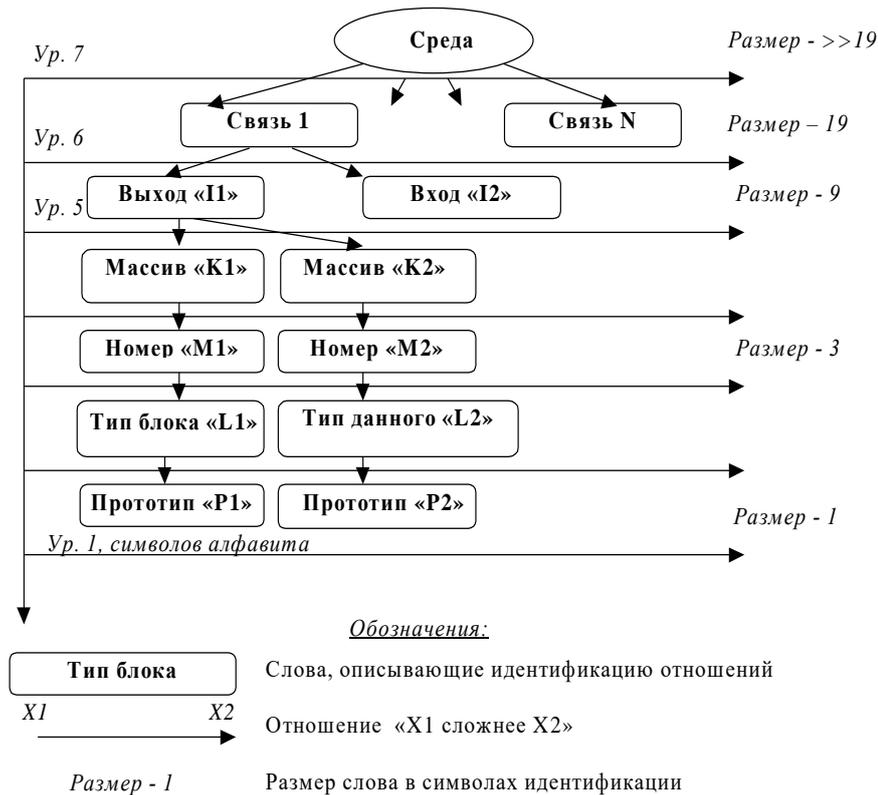


Рисунок 10 - Пример построения меры сложности на упрощенном описании внутренней среды блока-прототипа.

9.2. Общая постановка задачи ограничения КС моделей

Пусть дано:

1) Некоторая замкнутая ограниченная модель внутренней среды прототипа P , представленная множеством экземпляров отношений различных уровней общности. В данное множество отношений входит, в частности:

- Свойство как совокупность значений $D_l = \{d_{li}\}_{i=1}^{Nd}$, где: d_{li} - идентификаторы значений свойства D_l ;

- Подблоки данного блока-прототипа $B_t \in B = \{B_t\}_t$, где: B_{jt} -

идентификатор подблока B_t , входящего в среду, t - номер в составе множества блоков B , входящих в среду; B_l - внутренняя граница блока прототипа;

- Принадлежность свойства D_l границе B_t^e блока B_t , заданное как отношение: $V_{tl} = (B_t^e, D_l)$;

- Граница блока внешняя (внутренняя) как множество отношений принадлежности свойств подблоку B_t среды S :

$B_t^e = \{V_{tl}^e\}_l$ ($B_t^y = \{V_{tl}^y\}_l$);

- Связь s_i , т.е. причинно-

следственное отношение или отношение эквивалентности значений, определенное над парой отношений принадлежности свойств границам блоков: $s_i = (V_{ik}, V_{ip})$;

- Среда S , т.е. множество причинно-следственная связей, определенных над множеством подблоков, входящих в среду:

$$S = \{s_i\}_{i=1, N}.$$

Примечание. Все перечисленные отношения принадлежат иерархии:

- Уровней их агрегации, что задается совокупностью имен в цепочке идентификации типа блоков и типов свойств;
- Уровней их принадлежности к вышележащим структурным единицам, что задается совокупностью имен в цепочке идентификации вхождений.

2) Мера абсолютной КСП, включающая:

- Собственно меру АКСП, определенную над множеством отношений;
- Интервал допустимой КСП $\mathcal{E}_5 \leq K_{Cp} \leq \mathcal{E}_2$, где \mathcal{E}_5 и \mathcal{E}_2 - точная нижняя и точная верхняя грань предельно допустимой КСП для данной предметной области, выбранного языка описания и конкретного пользователя (группы пользователей);
- N - возможная степень превышения КСП U , обеспечивающая безошибочную работу оператора.

Получить: новую форму представления структуры модели P , входящей в интервал допустимой КСП.

Процесс упрощения модели, заданной в такой форме представления, предполагает два последовательно выполняемых действия:

1) Упрощение модели за счет выявления в ее составе фрагментов, составляющих структуру известных решений, хранящихся в базе данных системы и изначально имеющих допустимую КС, с последующей заменой фрагмента

соответствующим идентифицированным решением.

2) В случае, если после «действия 1» для оставшихся фрагментов модели нет известного решения, следует выполнить упрощение прототипа автоматически или с участием пользователя, ориентируясь на доступный уровень КС моделей.

Целью нашего изложения будет определения алгоритма выполнения второго из двух вышеописанных действий.

9.3. Алгоритм решения задачи

Предлагается следующий алгоритм обеспечения допустимой КС представления моделей. Суть алгоритма состоит в изменении структуры модели путем перемещения части подблоков прототипа во вновь создаваемые подблоки с целью снижения общей КС модели до уровня, не превышающего заданной предельной верхней границы КС. Для любого «не присоединенного» подблока будем определять дополнительно такие свойства:

- «ценность», исходя из критерия близости, определяющего меру КС его общей части с ранее выбранным набором подблоков;
- «вес», исходя из КС части подблока, отличной от ранее выбранного набора подблоков.

Критерий близости блоков есть функция, производная от числа эквивалентных отношений различных уровней иерархии. Структура критерия определяется составом и весом отношений, определенных на этапе построения меры КС. В частности, состав эквивалентных отношений может характеризоваться количеством: K_s - связей по свойствам; K_t - имен в цепочке идентификации типа блока; K_d - наименования и типов свойств; K_z - значений свойств, заданных в порядке взаимного включения типов свойств (т.е.: время, пространство, все прочие свойства).

В этом случае критерий близости приобретет вид:

$$B = \sum_{i=1}^N K_i * W_i \quad (13)$$

Тут: W_i - известные веса когнитивной сложности различных типов отношений. Исходя из данного критерия, может формироваться множество оценок близости для блоков, имеющих в среде. Блок, имеющий наибольшую по величине меру близости с «пополняемым» блоком, объединяется с ним в

единный логический блок.

Т.о. решается оптимизационная задача, близкая по своей постановке к классической «задаче о рюкзаке». Отличие предлагаемой постановки данной задачи заключается в динамически изменяемых ценности и весов предметов, складываемых в рюкзак.

Описание алгоритма.

1) Проверка исходной схемы P на предельно допустимую КС. Если условие $\mathcal{E}_5 \leq KСр \leq \mathcal{E}_2$ не выполняется, то переходим на пункт 2, иначе – на конец алгоритма, т.е. пункт 12.

2) Формирование пустого списка S_{Π} , предназначенного для внесения в него извлекаемых из тела прототипа P подблоков.

3) Формирование на базе S_{Π} нового «пустого» блока-аккумулятора Π , имеющего пустой список свойств, составляющих внешнюю и внутреннюю его границу, и внесение его в B .

4) Формирование списка запрещенных блоков S_Z и внесение в него внутренней границы прототипа блока B_I и блока-аккумулятора Π ;

5) Выбор из множества B набора блоков $\{B_s\}$, такого, что верно

$$\forall B_s \in B \setminus S_Z \quad (14)$$

и выполняется условие максимальной близости B_s со списком S_{Π} по критерию

$$K(B_s \cap S_{\Pi}) = \max_{B_I \in B} K(B_I \cap S_{\Pi}) \quad (15)$$

где: \cap - операция определения общего подмножества отношений.

Если имеет место множество $\{B_s\}$, для которых выполняется (6), например на первом шаге алгоритма, когда список Π пуст, то выполняется переход на пункт 6, иначе на пункт 8.

6) Выбор из множества $\{B_s\}$, для которых выполняется (2), блока B_s' , для которого степень уменьшения КС блока B , получаемая за счет удаления блока B_s' максимальная среди всех B_i , принадлежащих B , т.е.

$$K(B \setminus B_s') = \max_{B_I \in B} K(B \setminus B_I) \quad (16)$$

где: \setminus - операция удаления общего подмножества отношений.

При этом:

- степень увеличения КС блока Π за счет блока B_s' максимальная среди всех B_i , принадлежащих B , (см. формулу 11);

- критерий близости B_s с блоком Π имеет максимальный вес (см. формулу 12);
- критерий близости B_s со списком B имеет максимальный вес (см. формулу 13).

$$K(B_s \cup \Pi) = \max_{B_I \in B} K(B_I \cup \Pi); \quad (17)$$

$$K(B_s \cap \Pi) = \max_{B_I \in B} K(B_I \cap \Pi); \quad (18)$$

$$K(B_s \cap (B \setminus B_s)) = \max_{B_I \in B} K(B_I \cap (B \setminus B_I)). \quad (19)$$

6) Внесение блока B_s в состав списка S_{Π} .

7) Формирование на базе S_{Π} нового блока-аккумулятора Π , имеющего список свойств, составляющих внешнюю и внутреннюю его границу, и внесение его в B ; при этом:

- формируется связи данного блока B_s с подблоками блока Π ;
- внутренняя и внешняя граница блока Π пополняется свойствами, посредством которых блок B_s связан с внешней средой;

8) Изменение состава блоков и связей исходного прототипа P с учетом удаления из его

состава найденного блока B_s и включения связей с новым блоком Π ;

9) Если $S_Z = P$ то новый блок Π есть искомым и далее переход на конец алгоритма, т.е. пункт 12;

10) Оценка на КС нового блока Π : если условие $\mathcal{E}_5 \leq KСр \leq \mathcal{E}_2$ выполняется, то идти на выбор следующего вторичного блока, т.е. на пункт 5, иначе на пункт 11;

11) Т.к. выбранный нами новый подблок для Π превысил необходимый уровень ($\mathcal{E}_5 < KСр$), то делается:

- возврат на предыдущий вариант S_{Π} и соответствующему ему виду P и Π ;
- внесение блока B_s в список

запрещенных блоков Sz ;

- переход на выбор следующего вторичного блока, т.е. на пункт 5;

12) Формирование нового «пустого» блока Π , т.е. имеющего пустой список подблоков и свойств, составляющих внешнюю и внутреннюю его границу, и внесение его в B .

10. Изобретение новых решений – как инструмент сужения числа аксиом грамматики, построенной путем обобщения прототипов

Общий подход к синтезу гипотез предполагает, что при склеивании прототипов автоматически формируется декартово произведению всех составляющих всех ИЛИ-синтермов, входящих в И-ИЛИ-дерево.

Данное И-ИЛИ-дерево с определенными над ним продукционными зависимостями, составляет динамическую базу данных. Результатом ограничений на каждом этапе является все более суженное "полное" И-ИЛИ-дерево.

Увеличение числа вводимых прототипов ведет к возникновению все большего числа частей блоков и фрагментов. Можно сделать выводы, что:

1. Количество вариантов сред чрезвычайно большое и пользователь не в состоянии их проверить их на достоверность;

2. Нужны ограничения технологического и семантического характера, способные резко снизить число потенциально возникающих прототипов при присоединении нового прототипа, отсекая решения, не имеющие смысл и решения, проверить адекватность которых для данного пользователя не представляется возможным.

В связи с этим, для решения данной задачи предлагается технология отсекаания слишком сложных и не имеющих смысл решений, схема которой показана на рис. 11.

11. Построение системы интерфейсов «Язык предметной области ↔ Язык формальных спецификаций соответствующего уровня абстракции»

Цель построения системы интерфейсов «Язык предметной области ↔ Язык формальных спецификаций соответствующего уровня абстракции»:

- обучения базы знаний методикам проектирования по прототипам, накопленным в проблемно-ориентированном САПР;
- передачи готового решения из инструментальной оболочки в проблемно-ориентированный САПР.

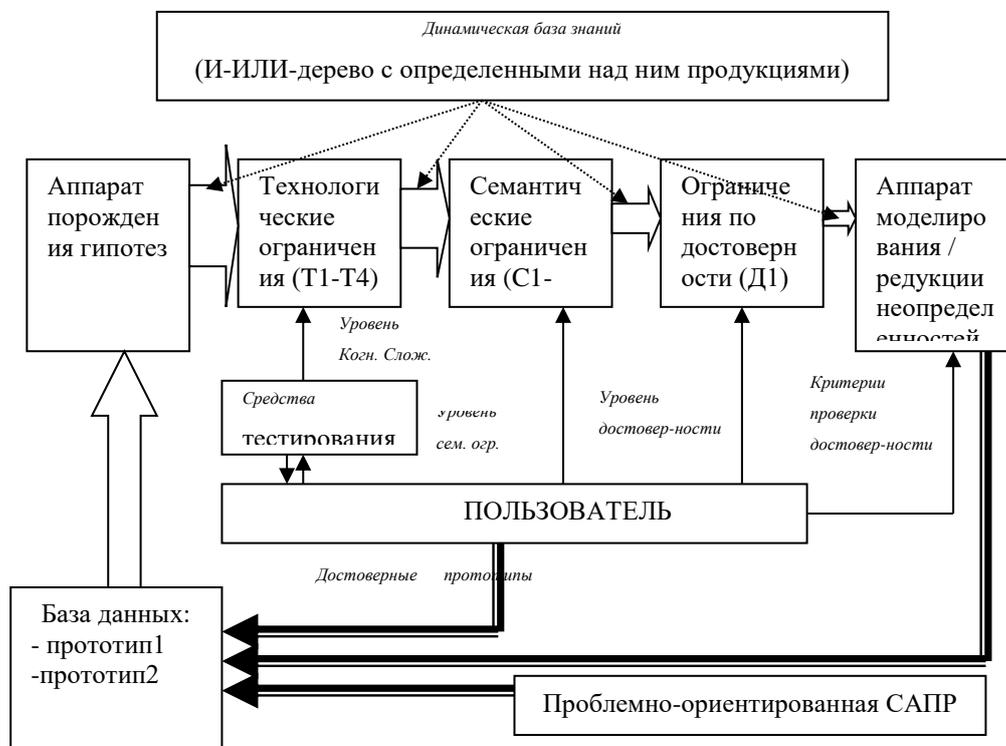


Рисунок 11 - Схема технологии синтеза и отбора гипотез в МЭО

Модель предлагаемого интерфейса может быть представлена следующим образом:

$M=(Go, Fo, Mo, So, Gs, Fs, Ms, Ss, Pos, Pso)$,

где:

Go - грамматики языков представления моделей в ИО;

Fo - формат внутренних структур данных представления моделей в ИО;

Mo - описания прототипов в данной проблемной области на языках ИО (знания экспертов, проекты);

So - описания прототипов в данной проблемной области в формате внутренних структур данных МЭО;

Gs - грамматики языков представления моделей в других инструментальных средствах проектирования сложных систем (САПР);

Fs - внутренние структуры данных представления моделей других САПР в данной проблемной области;

Ms - описания прототипов в данной проблемной области на языках прочих САПР (знания экспертов, проекты);

Ss - описания прототипов в данной проблемной области в формате внутренних структур данных прочих САПР;

Pos - процедуры отображения Mo, So в Ms, Ss;

Pso - процедуры отображения Ms, Ss в Mo, So.

Охарактеризуем формы представления моделей в ИО:

1. Грамматика языка представления моделей в ИО (Go) описана в [7].

2. Модель структур во внутреннем формате (So), представляется в виде описаний библиотек, типов, массивов и т.п. в формате DBF.

3. Функциональные модели, задающие соответствия для базовых структурных блоков и связей, представляются в виде динамических недоопределенных вычислительных моделей, описание которых совмещено с описанием структур (So) и представлено в формате DBF.

Заключение

В работе описаны структура средств и методов работы с формальными грамматиками в рамках С КМ ПрО МЭО. Построение данной КМ выполнено автором в рамках работ [1-50]. Данная КМ является основой построения соответствующего инструментального комплекса по автоматизации построения интеллектуальных САПР некоторого ограниченного класса – мета-эвристической оболочки (МЭО).

Наибольшее влияние на методы построения КМ оказала выбранная форма ее

представления – семиотическая модель. А так как главный компонент СМ – это формальные грамматики, то без преувеличения можно сказать, что суть КМ – это набор методов работы с формальными грамматиками, определенными в рамках СМ.

Перспективой работы является дальнейшая работа над расширением предложного комплекса средств и методов.

Литература

1. Григорьев А.В. Специализированная оболочка для синтеза интеллектуальных САПР и АСНИ. // Информатика, кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-97). Сборник трудов ДонГТУ, Выпуск 1. Донецк: ДонГТУ, 1997. С. 225-228.

2. Григорьев А.В. И/ИЛИ-дерево как средство абстрактного представления базы знаний // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Информатика, кібернетика та обчислювальна техніка, випуск 39: – Донецьк, ДонНТУ, 2002. - С. 36–42.

3. Григорьев А.В. Комплекс моделей САПР как система взаимосвязанных уровней о действительности. // Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия "Информатика, кибернетика и вычислительная техника", (ИКВТ-2000) выпуск 10. - Донецк, ДонГТУ, 2000. - С. 155-167.

4. Григорьев А.В. Семиотическая модель базы знаний САПР. // Научные труды Донецкого государственного университета. Серия "Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем". Выпуск 10: - Донецк: ДонГТУ, 1999. - С. 30-37.

5. Представление недоопределенности знаний в инструментальной оболочке для построения САПР. // Искусственный интеллект. N 6, 1999, С. 56-66.

6. Григорьев А.В. Адаптивная система ограничений на сложность при синтезе новых решений в интеллектуальных САПР // Искусственный интеллект. – Донецк, 2001 – N 2 – С. 152 – 167.

7. Григорьев А.В. Унифицированная концептуальная модель предметной области. // Информатика, кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-97). Сборник трудов ДонГТУ, Выпуск 1. Донецк: ДонГТУ, 1997. С.218-224.

8. Григорьев А.В. Концептуальная модель оболочки для построения интеллектуальных САПР вычислительной техники как средство предметной адаптации. В кн. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Информатика,

кібернетика та обчислювальна техніка» (ІКОТ-2009). Випуск 10(153).- Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ». - 2009. – С.255-265.

9. Григорьев А.В. Вербальная модель предметной области для интеллектуальных САПР // Наукові праці Донецького Державного технічного університету. Серія "Обчислювальна техніка та автоматизація". Випуск 20. - Донецьк, ДонДТУ, 2000. - С. 171-180.

10. Григорьев А.В. Содержание некоторых категорий абстракций в теории построения интеллектуальных САПР. // Наукові праці Донецького національного технічного університету / Редкол.: Башков Є.О. та інші. Серія: "Обчислювальна техніка та автоматизація": Випуск 64.: Донецьк: Видавництво ДонНТУ, 2003 - С. 166-178.

11. Григорьев А.В. Семантика модели предметной области для интеллектуальных САПР. // Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия "Информатика, кибернетика и вычислительная техника", (ИКВТ-2000) выпуск 10. - Донецк, ДонГТУ, 2000. - С. 148-154.

12. Григорьев А.В. Специфика выполнения теоретико-множественных операций над контекстно-свободными грамматиками в условиях различных форм дополнительных семантических правил в семиотической модели интеллектуальных САПР Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (МАП – 2006). Випуск 5 (116). – Донецк: ДонНТУ, 2006. – С. 91-104.

13. Григорьев А.В. Алгоритм выполнения теоретико-множественных операций над грамматиками в среде специализированной оболочки для создания интеллектуальных САПР // Наукові праці національного технічного університету. Серія «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (МАП - 2002). Випуск 52: Донецк: ДонНТУ, 2002. - С.83-93.

14. Григорьев А.В. Теоретико-множественные операции над грамматиками как механизм работы со знаниями в интеллектуальных САПР // Труды Восточно-украинского технического университета. – Луганск, ВУТУ, 2002. – С. 186–194.

15. Григорьев А.В. Методы построения функций в специализированной оболочке для создания интеллектуальных САПР // Искусственный интеллект. – Донецк, 2001 – №3 – С. 40–53.

16. Григорьев А.В. Обобщение знаний в интеллектуальной системе с семиотической моделью представления знаний // Научные

труды Донецкого государственного технического университета. Серия: Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем, выпуск 29. – Севастополь: «Вебер», 2001. – С. 114–120.

17. Григорьев А.В. Управление движением объектов в семиотической модели предметной области // Наукові праці національного технічного університету. Серія «Обчислювальна техніка та автоматизація». Випуск 48: Донецк: ДонНТУ, 2002. - С.280-287

18. Григорьев А.В. Организация вывода решений в базе знаний инструментальной оболочки для создания интеллектуальных САПР / Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Проблемы моделирования та автоматизації проектування динамічних систем" (МАП-2005). Випуск: 78 - Донецьк: ДонНТУ. – 2005 – с. 171-182.

19. Григорьев А.В. Организация пространственного и временного логического вывода в концептуальной модели интеллектуальных САПР. В кн. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Информатика, кибернетика та обчислювальна техніка” (ІКОТ-2008). Випуск 9(132).- Донецьк: ДонНТУ. - 2008. – С.296-311.

20. Григорьев А.В. Обеспечение монотонности вывода и верификация баз знаний в инструментальной оболочке для создания интеллектуальных надстроек над САПР. // В кн. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Информатика, кибернетика та обчислювальна техніка” (ІКОТ-2010). Випуск 11(164).- Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ». - 2010. – С.161-164.

21. Григорьев А.В. Методы решения задачи структурного синтеза в интеллектуальных САПР, построенных на основе семиотической модели структур. В кн. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія „Обчислювальна техніка та автоматизація”. Випуск 171(19) / Редкол.: Башков Є.О. (голова) та ін. - Донецьк: ДонНТУ, 2010. – С.128-140.

22. Григорьев А.В. Система автоматизированного решения вычислительных задач в САПР, основанная на методе программирования в ограничениях. В кн. Наукові праці національного технічного університету. Серія «Проблемы моделирования та автоматизації проектування динамічних систем. (МАП-2011). Випуск 9 (129): Донецьк: ДонНТУ. - 2011. – С. 43-51.

23. Григорьев А.В. Логические системы представления знаний и вывода в искусственном интеллекте. // Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия "Информатика,

кибернетика и вычислительная техника", (ИКВТ-2000) выпуск 10. - Донецк, ДонГТУ, 2000. - С. 225-230.

24. Григорьев А.В. Ограничение когнитивной сложности моделей. // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. - Донецк: ДонГТУ, 2000. Выпуск. 10 - С. 49-58.

25. Григорьев А.В. Методика тестирования для определения когнитивной сложности моделей различных предметных областей. // Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника, выпуск 6 (ИКВТ-99): - Донецк: ДонГТУ, 1999. - С. 246-251.

26. Григорьев А.В. Оценка когнитивной сложности моделей. // Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника, выпуск 6 (ИКВТ-99): - Донецк: ДонГТУ, 1999. - С. 252-259.

27. Григорьев А.В. Изобретение как метод автоматизации процесса обучения методикам проектирования в семиотической модели САПР. // Информатика и кибернетика. - Д.: ДонНТУ, - 2015. - № 1. - С. 51- 66.

28. Григорьев А.В. Анализ эффективности и перспектив развития методов построения двусторонних трансляторов в задаче создания интеллектуальных надстроек над проблемно-ориентированными САПР. В кн. Наукові праці національного технічного університету. Серія «Обчислювальна техніка та автоматизація». Випуск 20 (182). - Донецьк: ДонНТУ, 2011. - С. 116-129.

29. Григорьев А.В. Анализ существующих способов создания интерфейса «языки формальных спецификаций —

проблемно-ориентированные языки». В кн. Серія „Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка” (КОТ-2011). Випуск 14(185).- Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2011.270-275.

30. Григорьев А.В. Интерфейс табличного процессора EXCEL и специализированной оболочки для синтеза интеллектуальных САПР и АСНИ. // Информатика, кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-97). Сборник трудов ДонГТУ, Выпуск 1. Донецк: ДонГТУ, 1997. С. 229-238.

31. Нариньяни А.С. Недоопределенность в системах представления и обработки знаний. // Известия АН СРСР. Техническая кибернетика. - 1986.- № 5. - С. 3-28.

32. Д.В. Банасюкевич, И.Д. Гофман, Д.А. Инищев, А.С. Нариньяни. Интеллектуальная система планирования и управления проектами на базе недоопределенной математики. В кн.: “КНИИ '2000 седьмая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием”: Том 1. Москва, 2000, С.. 617 — 624.

33. Нариньяни А.С. Не-факторы: неточность и недоопределенность – расхождение и взаимосвязь. Известия академии наук. Теория и системы управления, 2000, №5, С. 44-56.

34. Норенков И.П. Разработка систем автоматизации проектирования. М.: МГТУ им. Э.Н.Баумана, 1994. – 207 с.

35. Солодовников В.В., Тумаркин В.И. Теория сложности и проектирование систем управления. - М.: Наука. 1990. - 186 с.

36. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. - 288 с.

Григорьев А.В. Комплекс средств и методов работы с формальными грамматиками в семиотической концептуальной модели предметной области интеллектуальных САПР. Рассмотрен комплекс методов работы с формальными грамматиками, определенных в рамках концептуальной модели предметной области инструментальной оболочки для автоматизации построения интеллектуальных САПР ограниченного класса. Работа носит итоговый характер.

Ключевые слова: формальные грамматика, концептуальная модель предметной области, семиотическая модель, САПР.

Grigoriev A.V. The complex of means and methods of working with a formal grammar in semiotic conceptual domain model of intelligent CAD. The complex of methods of work with formal grammars defined within the conceptual model of the instrumental domain shell for building intelligent automation CAD limited class. The work is the final character.

Keywords: formal grammar, conceptual domain model, the semiotic model of CAD.

Статья поступила в редакцию 14.2.2017

Рекомендована к публикации д-ром физ.-мат. наук А.С. Миненко

УДК 517.9

Численное моделирование процесса кристаллизации

Миненко А.С., Радевич Е.В.

Донецкий национальный технический университет
radevich_katerina@mail.ru

Миненко А.С., Радевич Е.В. Численное моделирование процесса кристаллизации. Исследуется одна задача Стефана с учетом конвекции в жидкой фазе. Построено приближенное решение этой задачи с использованием малого параметра. Управление процессом осуществляется с применением нечеткой логики.

Ключевые слова: функционал, кристаллизация, тепловой поток, управление, краевая задача, моделирование

Введение

Распространения тепла в различных средах оказывает большое влияние на характер протекания многих важных для практики процессов. Среди задач, связанных с распространением тепла, выделяется класс задач, в которых исследуемое вещество переходит из одной фазы в другую с выделением или поглощением тепла.

Целью данной работы является моделирование процесса кристаллизации металла, изучение процесса завершения получения слитка в кристаллизаторе путем его вытягивания.

Рассматривается задача управления информационными процессами при автоматизации технологий тепловой обработки металла, на основе математического моделирования, анализа статистических данных и теплофизических экспериментальных измерений. В качестве источника информации исследуется математическая модель, основанная на пространственной задаче Стефана, с учетом конвективного движения и примесей в жидкой фазе.

Постановка задачи.

Пусть $D = (-1 < x < 1, y < 0)$ полуполоса, заполненная твердым металлом. Обозначим через $u(x, y)$ температуру этого металла. Требуется определить температуру $u(x, y)$ по следующим условиям:

$$u_{xx} + u_{yy} + \omega u_y = 0, (x, y) \in D, \quad (1)$$

$$u_x \pm \omega_0 u = 0, x = \pm 1, -\omega < y < 0, \quad (2)$$

$$u(x, -\infty) = 0, \quad (3)$$

$$u_y(x, 0) = v(x), -1 \leq x \leq 1, \quad (4)$$

здесь ω и ω_0 – постоянные, соответственно, число Пекле и Нуссельта.

Решение задачи (1)-(4) имеет вид

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \lambda_n x^{\mu_n y}}{\mu(1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_n}{\lambda_n^2})^{-1}} \int_0^1 v(\zeta) \cos \lambda_n \zeta d\zeta, \quad (5)$$

$$\text{где } \mu = -\frac{\omega}{2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{4} + \lambda_n^2}, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots, \lambda_n -$$

положительные корни уравнения $\lambda = \omega_0 c t g \lambda$.

Отождествим теперь температуру $u(x, y)$ с температурой твердого слитка находящегося в кристаллизаторе при электрошлаковом переплаве. Для вытягивания слитка из кристаллизатора поверхность слитка предварительно обогревается тремя электронными лучами W_1, W_2 и W_3 , причем мощность W_3 одного из них равномерно распределена в центральной зоне $\{-1 \leq x \leq 1, y = 0\}$, а два других сконцентрированы по краям $x = \pm 1$ [1]. Независимо от того, в каком отношении находится температура поверхности слитка с критической температурой T^k , при которой поверхность слитка отделяется от стенок кристаллизатора, теплообмен слитка с кристаллизатором осуществляется по формуле (2). Для получения температуры слитка достаточно положить в формуле (5) $v(x) = (W_1, W_2, W_3)$.

Далее введем в рассмотрение функционал:

$$I(v) = \int_n^0 (u(1, y) - T^k)^2 dy \quad (6)$$

$\min I(v_n + e_n(v_{n-1} - v_n))$, $0 \leq e_n \leq 1$ (2). В качестве области определения функции U берется множество кусочно-постоянных ступенчатых функций:

$$v = v_k, x_k \leq x \leq x_{k+1}, v_k = const, k = 0, 1, 2, \dots, m.$$

При этом формула (5) имеет вид:

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\omega} \frac{\cos \lambda_n x e^{\mu_n y}}{\mu_n (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_n}{\lambda_n^2})} \sum_{k=0}^m v_k \frac{\sin \lambda_n x_{k+1} - \sin \lambda_n x_k}{\lambda_n},$$

$$aI(v) = I(v_0, v_1, v_2, \dots, v_m).$$

При численной реализации задачи необходимо учесть ограничение $2500 \leq v(x) \leq 5000$, здесь $v(x)$ – мощность потока в единицах МВт/м², а также $\omega = 2,66$, $\omega_0 = 3,05$.

1. Решение задачи методом нулевого приближения.

Найдем минимум функционала (6), в случае когда $u_0(x, y) = f_0(x, y) \vartheta$, где

$$f_0(x, y) = 2 \frac{\cos \lambda_0 x \sin \lambda_0}{\lambda_0 \mu_0 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})} e^{\mu_0 y}.$$

Минимум функционала (6) находим из условия

$$\frac{\partial I}{\partial v} = 0.$$

Непосредственные вычисления показывают, что

$$v_0 = 4T^* \frac{\mu_0 \lambda_0 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})}{\sin 2\lambda_0},$$

$$I(v_0) = v_0^2 \frac{\sin 2\lambda_0 (1 - e^{2\mu_0 H})}{2\lambda_0^2 \mu_0^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})} -$$

$$-(T^*)^2 H - 2T^* v_0 \frac{\sin 2\lambda_0 (1 - e^{\mu_0 H})}{\lambda_0 \mu_0^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})}$$

Первое приближение. Найдем теперь минимум функционала (6), в случае когда

$$u_1(x, y) = (f_0(x, y))v, \text{ где}$$

$$f_1(x, y) = 2 \frac{\cos \lambda_1 x e^{\mu_1 y}}{\mu_1 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2})} \frac{\sin \lambda_1}{\lambda_1}.$$

Поступая, аналогично тому, как это было сделано в случае нулевого приближения, получим:

$$v_1 = 2T^* \left[\frac{\sin 2\lambda_0 (1 - e^{\mu_1 H})}{\lambda_0 \mu_0^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})} + \frac{\sin 2\lambda_2 (1 - e^{\mu_2 H})}{\lambda_1 \mu_1^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2})} \right] A,$$

$$A = \frac{\sin^2 \lambda_0 (1 - e^{2\mu_2 H})}{\lambda_0 \mu_1^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})^2} + \frac{\sin^2 2\lambda_1 (1 - e^{2\mu_1 H})}{2\mu_1^2 (1 + \omega_1 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2})^2} +$$

$$+ 2 \frac{\sin 2\lambda_0 \sin 2\lambda_1}{\mu_0 \lambda_0 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2}) \mu_0 \lambda_1 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \mu}{\lambda_1^2})} \frac{(1 - e^{\mu_0 H})(1 - e^{\mu_1 H})}{\lambda_1^2}.$$

Далее, имеет место следующая формула:

$$I(v_1) = v_1^2 \frac{\sin^2 2\lambda_0 (1 - e^{2\mu_0 H})}{2\mu_0^2 \lambda_0^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})^2} + v_1^2 \frac{\sin^2 2\lambda_1 (1 - e^{2\mu_1 H})}{2\mu_1^2 \lambda_1^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2})^2} +$$

$$+ 2v_1^2 \frac{\sin 2\lambda_0 \sin 2\lambda_1 (1 - e^{\mu_1 H})(1 - e^{\mu_0 H})}{\mu_1 \lambda_1 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2}) \mu_0 \lambda_0 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})} -$$

$$- 2T^* v_1 \left[\frac{\sin 2\lambda_1 (1 - e^{\mu_1 H})}{\lambda_1 \mu_1^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_1}{\lambda_1^2})} + \frac{\sin 2\lambda_0 (1 - e^{\mu_0 H})}{\lambda_0 \mu_0^2 (1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2})} \right] - H(T^*)^2.$$

Приближение любого порядка. Аналогичным образом можно исследовать минимум функционала $I(v_n)$, когда

$$u_n(x, y) = 2 \frac{v_n \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 x (1 - e^{\lambda_0 H})}{\lambda_0 \mu_0 [1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_0}{\lambda_0^2}]} e^{\mu_0 y} +$$

$$+ 2\omega_0 v_n \sum_{k=1}^n \frac{\cos \lambda_k x \cos \lambda_k (1 - e^{\mu_k H})}{\lambda_k^2 \mu_k [1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_k}{\lambda_k^2}]} e^{\mu_k y}$$

Оценить погрешность предлагаемого метода вычисления минимума функционала (6) можно, используя следующее утверждение.

При достаточно малых значениях ω и при $(x, y) \in \bar{D}$ справедлива оценка:

$$\left| \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{\cos \lambda_k x \cos \lambda_k (1 - e^{\omega_k H})}{\lambda_k^2 \mu_k [1 + \omega_0 \frac{\cos^2 \lambda_k}{\lambda_k^2}]} e^{\mu_k y} \right| \leq \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{(k\pi)^2} e^{\mu_k y}$$

При доказательстве этого утверждения

воспользоваться соотношением:

$$\lambda_k = n\pi + \varepsilon_n, \text{ где } \varepsilon_n \rightarrow 0 \text{ для всех } n[2]$$

Справедливо также утверждение. Пусть выполнены условия $\omega_0 \geq \omega\sqrt{2}tg\omega\sqrt{2}$,

$$0 < \omega \leq A, \quad 0 < \omega \leq \frac{\pi^2}{16}, \quad 0 < v_0 \leq v(x) < v_1,$$

при $x \in [-1, 1]$, где v_0 и v_1 – некоторые постоянные. Тогда решение краевой задачи (1)-(5) удовлетворяет следующим условиям при $(x, y) \in \bar{D}$:

$$u_y(x, y) \leq C_1 \omega \exp(\mu_0 y) \leq C_1 \omega \exp(\omega y)$$

$$C_0 = \exp(\mu_0 y) \leq u(x, y) \leq C_1 \exp(\mu_0 y) C_1 \exp(\omega y),$$

$$\text{где } C_1 = \frac{6+A(1+\cos\sqrt{A})}{3(1+\cos\sqrt{A})}, \quad C_0 = \frac{3(1-A)(1+\cos^2\sqrt{A})\cos^2\sqrt{A}}{6+A(1+\cos^2\sqrt{A})}.$$

Для утверждения необходимо сравнить с помощью принципа максимума функции $u_y(x, y)$ и $v_y(x, y)$, где $v(x, y)$ – решение задачи (1)-(5) в предположении, что $v_y(x, 0) = v_1$ при $x \in [-1, 1]$. Далее,

рассматривается функция $f(x, y) = v_y(x, y) - u_y(x, y), (x, y) \in \bar{D}$ и доказывается, что $f(x, y) \in \bar{D}$.

Действительно, функция $f(x, y)$ не может принимать наименьшее отрицательное значение внутри D в силу принципа максимума. На вертикальных частях границы $x = \pm 1$ функция $f_x(x, y)$ также не может принимать отрицательный минимум. В такой точке имели бы $f_x(x, y) < 0$, между тем $f_x(x, y) = -\omega_0 f(x, y) > 0, x = \pm 1$, так как $f(x, y) < 0$, по предложению. На бесконечности функция $f(x, y)$ исчезает, т.е. $f(x, -\infty) = 0$. На границе $y = 0, -1 \leq x \leq 1$ имеет $f(x, 0) = v_y(x, 0) - u_y(x, 0) = v_1 - v(x) \geq 0$

Следовательно, всюду в \bar{D} справедливо неравенство $u_y(x, y) \leq v_y(x, y)$ при $(x, y) \in \bar{D}$.

Отсюда с помощью интегрирования по переменной y следует оценка для функции $u(x, y)$ сверху. Аналогичным образом, можно получить оценку на производную $u_2(x, y)$ сверху при $(x, y) \in \bar{D}$. Полученные оценки позволяют оценить

температуру $u(x, y)$ и тепловой поток внутри области D не прибегая к решению задачи (1)-(4) [3-4].

Проделанные численные результаты задачи представлены в таблице 1.

3. Математическое моделирование процессов кристаллизации металла с учетом конвекции и примесей.

Пусть Γ_0 – гладкая замкнутая поверхность, лежащая внутри заданной области Ω_0 и R^3 , граница которой состоит из двух замкнутых, связанных, гладких поверхностей Γ_0^+ и Γ_0^- , не имеющих самопересечений при этом Γ_0^- лежит внутри ограниченной области, границей которой является Γ_0 . Поверхность Γ_0 разбивает Ω_0 на две подобласти Ω_0^+ и Ω_0^- , которые заняты жидкой и твердой фазами соответственно в момент $t=0$. Требуется определить области Ω_t^+ и Ω_t^- , занимаемые твердой и жидкой фазами соответственно в момент времени $t \in [0, T]$, вектор скорости $\vec{V}(x, t)$, давление $p(x, t)$, концентрацию примесей $c(x, t)$, концентрацию примеси $c(x, t)$, температуру жидкой $u^+(x, t)$ и твердой $u^-(x, t)$ фазы по следующим условиям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}(x, t)}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V}(x, t) + \nabla p(x, t) = \\ = \vartheta \nabla^2 \vec{V}(x, t) + \vec{f}(u^+, c), \\ \nabla \vec{V}(x, t) = 0, (x, t) \in D_T^+; \\ \\ \frac{\partial u^+(x, t)}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) u^+(x, t) - \\ - a_+^2 \nabla^2 u^+(x, t) = 0, (x, t) \in D_T^+; \\ \\ \frac{\partial u^-(x, t)}{\partial t} - a_-^2 \nabla^2 u^-(x, t) = 0, (x, t) \\ \in D_T^+; \vec{V}(x, 0) = \\ = \vec{C}(x); T(\vec{V}, p) \vec{n} = \\ = -q(x, t) \vec{n}, (x, t) \in \Gamma_t^+; \\ \\ V_n = -(1 - \frac{p^-}{p^+}) W_n, V_t = 0, (x, t) \in \Gamma_t; u^\pm(x, t) = \\ B^\pm(x, t), (x, t) \in \Gamma_t^+ \cup \Gamma_0^-; u^\pm(x, 0) = A^\pm(x); \\ \\ u^+ = u^- = T^* - \varepsilon c, k_- \frac{\partial u^-}{\partial n} - k_+ \frac{\partial u^+}{\partial n} = \\ = xp^+ W_n, (x, t) \in \Gamma_t; \\ \\ \frac{\partial c(x, t)}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) c(x, t) - \gamma \nabla^2 c(x, t) = 0, (x, t) \\ \in D_T^+, \\ \\ c(x, 0) = g_0(x); c(x, t) = g(x, t), (x, t) \in \Gamma_t^+; -\alpha \frac{\partial c}{\partial n} = \\ \beta c W_n, (x, t) \in \Gamma_t, \end{array} \right. \quad (7)$$

Таблица 1. Численные результаты при различных значениях параметров

ω_0	λ_0	λ_1	T	H	v_0	v_1	$I(v_0)$	$I(v_1)$
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-3,0	2,783	4,367	1,011	21,997
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-4,0	2,783	5,730	5,428	38,576
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-6,0	2,783	6,588	-3,038	62,490
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-3,0	2,937	4,610	1,126	24,509
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-4,0	2,937	5,730	-0,559	42,982
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-6,0	2,937	6,954	-3,385	69,627
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-3,0	4,5	4,5	16,728	23,709
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-4,0	4,5	4,5	15,256	24,355
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-6,0	4,5	4,5	12,397	25,275
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-3,0	4,5	4,5	15,537	23,062
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-4,0	4,5	4,5	13,866	23,695
1,5	0,9882	3,5422	0,95	-6,0	4,5	4,5	10,718	24,696
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-3,0	11,1	11,1	173,683	192,101
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-4,0	11,1	11,1	175,717	198,788
1,5	0,9882	3,5422	0,9	-6,0	11,1	11,1	173,351	202,940

здесь $D_T^\pm = \{(x,t): x \in \Omega_t^\pm, t \in (0,T)\}$, $x = (x_1, x_2, x_3)$, $\partial\Omega^+ = \Gamma_t^+ \cup \Gamma_t^+$, $\partial\Omega^- = \Gamma_t^- \cup \Gamma_t^-$, \vec{n} – нормаль к Γ_t , направленная в сторону Ω_t^\pm , $T(\vec{V}, p)$ – тензор напряжений с элементами $T_{ij} = -\delta_{ij}p + v(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})$, V_n и V_t – нормальная и тангенциальная составляющие, W_n – скорость движения фронта кристаллизации в направлении нормалей \vec{n} ; $T^*, \vartheta, \varepsilon, x, p^+, p^-, \alpha, \beta, \gamma, k_+, k_-$ – известные положительные постоянные. Если $\Phi(x,t) = u^\pm(x,t) + \varepsilon c(x,t) - T^* = 0$ – уравнение поверхности Γ_t , тогда $W_n = -\Phi_t / |\nabla\Phi|$. [2]
Заметим, что условия Стефана можно представить в следующем виде:

$$L(u^+, u^-, \Gamma_t, \varepsilon) = k_-^2 |\nabla u^-|^2 - k_+^2 |\nabla u^+|^2 + \varepsilon(k_-^2 + k_+ k_-)(\nabla u^-, \nabla c) - \varepsilon(k_+^2 + k_+ k_-)(\nabla u^+, \nabla c) + xp^+(k_- u^- + k_+ u^+) + xp^+ \varepsilon(k_+ + k_-)c_t = 0, (x, t) \in \Gamma_t$$

При некоторых предположениях на функции $A(x), \vec{C}(x), B^\pm(x, t), \vec{f}(u^\pm, c), g(x, t)$ и $g_0(x)$ задача (3.1) разрешима при малых значениях ε в классе функций $u^\pm \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\overline{D_\pm^\pm})$, $\vec{V} \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\overline{D_\pm^\pm})$, $c \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\overline{D_\pm^\pm})$, $\nabla p \in H^{\frac{3+a}{2}}(\overline{D_\pm^\pm})$ а границы Γ_t^+ и Γ_t^- описываются функциями класса $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}$.

Далее, пусть $Q_T^\pm = \Omega_0^\pm \times [0, T]$, $\Gamma_{OT}^- = \Gamma_0^- \times [0, T]$, $\Gamma_{OT}^+ = \Gamma_0^+ \times [0, T]$, $\Gamma_{OT} = \Gamma_0 \times [0, T]$

Отметим также, что решение задачи моделирует процесс кристаллизации вещества с учетом конвективного теплообмена и переноса примеси в

жидкой фазе. [2]

Свободные границы Γ_t^+ и Γ_t^- можно представить в следующем виде

$$\Gamma_t = \{x = x(\omega) + \vec{n}(\omega) * p(\omega, t)\}, \\ \Gamma_t^\pm = \{x = x(\theta) + \eta(\omega, t) * \vec{n}(\theta)\}.$$

При достаточно малых значениях чисел ε

Предложен метод решения задачи (3.1), состоящий из разложения решения в ряд по степеням чисел ε :

$$u^\pm(x, t, \varepsilon) = u_0^\pm(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k u_k^\pm(x, t)$$

$$p(x, t, \varepsilon) = p_0(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k p_k(x, t)$$

$$V_i(x, t, \varepsilon) = V_{i0}(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k V_{ik}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$p(\omega, t, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k p_k(\omega, t), \quad c(x, t) =$$

$$= c_0(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k c_k(x, t)$$

В работе изучено нулевое $u_0^\pm(x), \vec{V}_0(x) = (V_{10}, V_{20}, V_{30}), \Gamma_0, c_0(x)$ и первое приближение $(\vec{V}_1, u_1^\pm, p_1, \rho_1, c_1)$ для малых чисел ε . При этом установлено, что $u_0^\pm(x) = A^\pm(x), \vec{V}_0(x) = \vec{C}(x), C_0(x) = g_0(x), \rho_1(\omega, t) \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$,

$u_1^\pm(x, t; p) \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\overline{Q_T^\pm})$, $c_1(x, t; p) \in H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\overline{Q_T^\pm})$, причем $\rho_1(\omega, t)$ находим как

неподвижную точку сжимающегося оператора M_1 :

$$M_1 \rho_1 =$$

$$= \frac{1}{x\rho^+} \int_0^1 (k_- \frac{\partial u_1^-}{\partial n} - k_+ \frac{\partial u_1^+}{\partial n} + f_1(x, t)) dt,$$

$$x(\omega) \in \Gamma_{OT}.$$

Из условия Стефана для малых чисел ε следует разложение:

$$L(u^+, u^-, \Gamma_t, \varepsilon) = [k_-^2 |\nabla u_0^-|^2 - k_+^2 |\nabla u_0^+|^2 + \varepsilon [2k_-^2 (\nabla u_0^-, \nabla u_1^-) - 2k_+^2 (\nabla u_0^+, \nabla u_1^+) + f_1 + x\rho^+ (k_- u_{1t}^- + k_+ u_{1t}^+) + \varepsilon^2 [2k_-^2 (\nabla u_0^-, \nabla u_1^-) - 2k_+^2 (\nabla u_0^+, \nabla u_1^+) + f_2 + x\rho^+ (k_- u_{2t}^- + k_+ u_{2t}^+)] + 0(\varepsilon^2) = 0, (x, t) \in \Gamma_{OT}.$$

Откуда следует, что

$$k_-^2 |\nabla u_0^-|^2 - k_+^2 |\nabla u_0^+|^2 = 0, x \in \Gamma_0;$$

$$k_- \frac{\partial u_1^-}{\partial n} - k_+ \frac{\partial u_1^+}{\partial n} + f_1 = x\rho^+ \frac{\partial p_1}{\partial t}, (x, t) \in \Gamma_{OT};$$

$$k_- \frac{\partial u_2^-}{\partial n} - k_+ \frac{\partial u_2^+}{\partial n} + f_2 = x\rho^+ \frac{\partial p_2}{\partial t}, (x, t) \in \Gamma_{OT};$$

Здесь $f_1(x, t)$ и $f_2(x, t)$ известные гладкие функции[2].

Рассмотрим второе приближение $(\vec{V}_2, u_2^\pm, p_2, \rho_2, c_2, \eta_2)$ задачи для малых чисел ε . Имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{V}_2}{\partial t} + (\vec{V}_0 \nabla) \vec{V}_2 + (\vec{V}_1 \nabla) \vec{V}_1 + (\vec{V}_2 \nabla) \vec{V}_0 + \nabla p_2 = \\ \vartheta \nabla^2 \vec{V}_2 + [\vec{f}_u u_2 + \vec{f}_c c_2 + \frac{1}{2} \vec{f}_{uu} u_2^2 + \frac{1}{2} \vec{f}_{cc} c_2^2], \\ (x, t) \in Q_T^+, \vec{\nabla} \vec{V}_2 = 0, (x, t) \in Q_T^+, T(\vec{V}_0, p_2) \vec{n} + \\ T(\vec{V}_1, p_1) \vec{n} + T(\vec{V}_2, p_0) \vec{n} = \\ = 0, x \in \Gamma_0^+ \\ \vec{V}_2(x, 0) = 0, V_{2n} = \\ (1 - \frac{\rho^-}{\rho^+}) [\frac{u_{2t}}{\nabla u_0} + f_3(x, t)], V_{2\tau} = 0, x \in \Gamma_0 \\ \frac{\partial u_2^\pm}{\partial t} + (\vec{V}_0 \nabla) u_2^\pm + (\vec{V}_2 \nabla) u_0^\pm + (\vec{V}_1 \nabla) u_1^\pm = \\ = a_+^2 \nabla^2 u_2^+, (x, t) \in Q_T^+, \frac{\partial u_2^-}{\partial t} + a_-^2 \nabla^2 u_2^- = 0, \\ (x, t) \in Q_T^-, u_2^\pm(x, 0) = 0, u_2^\pm(x, t) = \\ = 0, (x, t) \in \Gamma_{OT}^- \cup \Gamma_{OT}^+, u_2^+ = u_2^-, \\ |\nabla u_0^\pm(x(\omega))| p_2(\omega, t) + u_2(x(\omega, t)) + f(x(\omega, t)) \\ = 0, (x, t) \in \Gamma_{OT} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} + (\vec{V}_0 \nabla) c_2 + (\vec{V}_2 \nabla) c_0 + (\vec{V}_1 \nabla) c_1 - \gamma \nabla^2 c_2 = 0, (x, t) \in Q_T^+, c_2(x, 0) = 0; \quad c_2(x, t) = 0,$$

$$(x, t) \in \Gamma_{OT}^+, -\alpha \frac{\partial c_2}{\partial n} = \frac{u_{2t}^+}{|\nabla u_0^+|} + f_4(x, t), (x, t) \in \Gamma_{OT},$$

$$\frac{\partial c_0}{\partial n} \eta(\omega, t) + c_2(x, t) + f_5(x, t) = 0, (x, t) \in \Gamma_{OT}$$

где $f_3(x, t), f_4(x, t)$ и $f_5(x, t)$ - известные функции.

При заданных $\rho_2(\omega, t)$ и $\vec{\rho}_2(\omega, t)$ из $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$ найдем функции $u_2^\pm(x, t, \rho_2)$ и $u_2^\pm(x, t, \vec{\rho}_2)$ как единственные решения задачи.

Затем рассмотрим оператор, действующий из $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$ в $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$, следующим образом

$$M_2 \rho_2 = \frac{1}{x\rho^+} \int_0^1 (k_- \frac{\partial u_2^-}{\partial n} - k_+ \frac{\partial u_2^+}{\partial n} + f_2(x, t)) dt, x(\omega) \in \Gamma_0.$$

Справедливые оценки: $|u_2^\pm|_{QT^\pm}^{(a+2)} \leq C (|F_2^\pm|_{QT^\pm}^{(a+2)} + |\rho_2|_{\Gamma_{OT}^\pm}^{(a+2)})$,

где C - некоторая постоянная, а $F_2^\pm = -(\vec{V}_2 \nabla) u_0^\pm - (\vec{V}_1 \nabla) u_1^\pm$ при $(x, t) \in Q_T^+$ и $F_2(x, t) = 0$ при $(x, t) \in Q_T^-$. Отсюда следует, что $|M_2 \rho_2 - M_2 \vec{\rho}_2|_{\Gamma_{OT}}^{(a+2)} \leq \tilde{C} |\rho_1 - \rho_2|_{\Gamma_{OT}}^{(a+2)}$ где $\tilde{C} = C(k_+ + k_-)/x\rho^+$. Следовательно, оператор M_2 - сжимающий, если выполняется условие

$$C(k_+ + k_-)/x\rho^+ < 1 \quad (8)$$

Имеют место следующие утверждение:

Лемма 1. Пусть выполнено условие (8). Тогда оператор M_2 , действующий из $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$ в $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}(\Gamma_{OT})$, имеет там неподвижную точку.

Лемма 2. В качестве второго приближения задачи можно взять решение $u_2^\pm(x, t), c_2(x, t), \vec{V}_2(x, t), p_2(x, t), \rho_2(x, t), \eta_2(x, t)$.

Теорема 1. Пусть $\frac{\partial g_0}{\partial n} \neq 0$ и $g_0(x) = g(x)$ на Γ_0^+ . Тогда при малых значениях ε справедливы формулы

$$\Gamma_t: x = x(\omega) - \varepsilon \vec{n} \frac{u_1(x(\omega), t) + g_0(x(\omega))}{|\nabla u_0(x(\omega))|} - \varepsilon^2 \vec{n} \frac{u_2(x(\omega), t) + f_3(x(\omega), t)}{|\nabla u_0(x(\omega))|} + 0(\varepsilon^2), (x, t) \in \Gamma_{OT}$$

$$\Gamma_t^+: x = x(\theta) - \varepsilon \vec{n} \frac{c_1(x(\theta), t)}{\frac{\partial g_0}{\partial n}(x(\omega))} - \varepsilon^2 \vec{n} \frac{c_2(x(\theta), t) + f_5(x(\theta), t)}{\frac{\partial g_0}{\partial n}(x(\omega))} + 0(\varepsilon^2), (x, t) \in \Gamma_{OT}$$

где $u_2^\pm(x, t), c_1(x, t), \rho_1(x, t), \eta_1(x, t)$ - функции класса $H^{2+a, \frac{2+a}{2}}$ являющиеся первым приближением задачи.

Вышеуказанные формулы позволяют осуществить анализ свободных границ Γ_t и Γ_t^+ в зависимости от параметров задачи.

Заключение

В заключении приведем обзор теории по данной тематике [5-10]. Также необходимо отметить, что данной статье смоделирован процесс кристаллизации металла. Для решения этой задачи был использован метод нулевого приближения, получившиеся данные в результате решения определены в таблице 1.

Литература

1. Патон Б.Е. Избранные труды. – Киев: Институт электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины, 2008.-893 с.
2. Шевченко А.И., Миненко А.С. Методы исследования нелинейных моделей, - Киев: Наук. Думка, 2012.-132 с.
3. Миненко А.С. Вариационные задачи со свободной границей. – Киев: Наук. Думка, 2005.-341 с.
4. Шевченко А.И., Миненко А.С., Сыпко И.А. Моделирование одного класса сложных систем с нечеткими управлениями // Доп. НАН Украины.- 2013. - №8. – С. 52-54.
5. Миненко А.С. О минимизации одного интегрального функционала методом Рунге /А.С. Миненко//Укр. мат. журнал. - 2006. - №10. – С.1385-1394.
6. Minenko A.S. Axially symmetric flow. Fifth SIAM conference on optimization / A.S. Minenko. – Victoria, British Columbia, May 20-22, 1996.-Victoria, 1996.-P.12.
7. Миненко А.С. Аналитичность свободной границы в одной задаче осесимметричного течения / А.С. Миненко // Укр. мат. Журналу – 1998.-№12. С.1693-1700.
8. Миненко А.С. Проблема минимума одного класса интегральных функционалов с неизвестной областью интегрирования / А.С. Миненко// Мат.физика и нелинейная механика. – 1993. – Вып. 16. – С. 48-52.
9. Миненко А.С. Вариационные задачи со свободной границей / А.С. Миненко – Киев: Наукова думка, 2005. -354с.
10. Миненко А.С. Приближенный анализ многомерной конвективной задачи Стефана / А.С. Миненко, А.И. Шевченко // Доповіді НАН України. – 2010.-№4. – С.30-34.

Minenko A. S., Radevich E. V. Numerical modeling of the crystallization process. The Stefan problem with convection in the liquid phase is investigated. The approximate solution is constructed, using the method of small parameter. The control over this process with the use of fuzzy logic is realized.

Key words: functional, crystallization, thermal stream, controlling, boundary value problem, modeling

Миненко А.С., Радевич Е.В. Численное моделирование процесса кристаллизации. Исследуется одна задача Стефана с учетом конвекции в жидкой фазе. Построено приближенное решение этой задачи с использованием малого параметра. Управление процессом осуществляется с применением нечеткой логики.

Ключевые слова: функционал, кристаллизация, тепловой поток, управление, краевая задача, моделирование

*Статья поступила в редакцию 12.2.2017
Рекомендована к публикации д-ром тех. наук В.Н. Павлышом*

УДК 004.021

Методы построения поверхности по изображениям КТ для создания модели челюстно-лицевого скелета с применением 3D печати.

М. Д. Сафонов¹, Д. Д. Новиков², М.В. Привалов³

^{1,2,3} ГОУ ВПО Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Донецкая Народная республика
¹msafonovmail@gmail.com, ²novikov.d92@mail.ru, ³maxim.privalov@gmail.com

Сафонов М. Д., Новиков Д. Д., Привалов М. В. Методы построения поверхности по изображениям КТ для создания модели челюстно-лицевого скелета с применением 3D печати. В работе рассмотрена задача построения пригодной для печати 3D модели на основе снимков челюстно-лицевой области (ЧЛО). Проведен анализ различных методов построения поверхности объекта с целью определения метода, более подходящего для решения данной задачи. Показаны особенности применения существующих методов к частям объекта, требующим различного уровня детализации.

Ключевые слова: поверхность, триангуляция, 3D печать, метод, имплантат.

Введение.

В челюстно-лицевой хирургии и имплантологии часто приходится решать задачу создания предоперационных шаблонов и имплантатов для дальнейшего проведения операции. Эффективность решение данной, довольно сложной, задачи можно повысить путем применения средств компьютерного моделирования и проектирования.

В первую очередь стоит задача построения 3D модели ЧЛО для наглядного выделения области поражения, определения её параметров и построения модели предоперационного шаблона. Помимо компьютерной модели точность такого шаблона повышается за счёт внесения различных дополнительных корректировок на основании физической модели ЧЛО, которую возможно получить с помощью современных технологий 3D печати. Для подготовки объекта к 3D печати необходимо провести триангуляцию поверхности.

Постановка задачи.

Основой для построения поверхности, пригодной для печати, является создание воксельной модели и триангуляция. Целью триангуляции является создание планарного графа по заданному набору координатных точек, который впоследствии разбивал бы объект исследования на треугольники и внешнюю поверхность. Существует много различных методов для выполнения триангуляции 3D поверхности, каждый из которых имеет свои положительные и отрицательные свойства применительно к работе с медицинскими

изображениями. Андреем Семенихиным проведено сравнение работы методов триангуляции на объектах различной сложности (целостные и плавные, имеющие большое количество разрывов) [1].

Для сравнения различных методов триангуляции были использованы следующие критерии:

- количество генерируемых треугольников;
- качество генерируемых треугольников.

Сравнение производилось следующим образом: на вход методам подавались тестовые поверхности, заданные на регулярной сетке 30x30x30. Для каждой поверхности просчитывалось количество треугольников, вектор качества треугольников.

Вектор качества треугольников (ВКТ) определяется следующим образом:

$$\text{ВКТ} = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}, a_i \in [0, 100], \sum_i a_i = 100$$

При этом, i -ый элемент ВКТ определяется как процентное содержание треугольников с мерой качества V , во множестве сгенерированных треугольников, где V удовлетворяет следующему неравенству:

$$\frac{i-1}{10} \leq V < \frac{i}{10}, i \neq 10$$
$$V \geq 0.9, i = 10$$

Средняя мера качества треугольников считалась как среднее арифметическое мер правильности всех треугольников [1].

Методы триангуляции.

Для решения поставленных задач

существуют ячеечные и мозаичные методы триангуляции.

Ячеечные методы (cell-based). Основа методов данного типа, независимая триангуляция каждой ячейки с помощью таблиц триангуляции, является одновременно их сильной и слабой стороной. Высокая скорость работы этих методов делает их наиболее привлекательными по отношению к другим методам [2] и дает возможность использовать их в интерактивных приложениях, но большим минусом считается их относительная индифферентность к поведению функции вне выбранного множества точек.

Данный класс оптимален для работы с мелкими объектами, такими как мелкие кости в челюстной области черепа, или зубы, однако возможны трудности в связке нескольких смежных объектов между собой.

Мозаичные методы (pre-tessellation methods & particle-based methods) применимы только при визуализации полей, определенных в каждой точке той части пространства, которое нас интересует [3]. Большим плюсом таких методов можно считать их зависимость от локального искривления функции – при реализации таких методов мелкие детали объекта не будут упущены. Данный класс методов является более оправданным для работы с крупными и/или цельными объектами, такими как кости черепа, предоперационные шаблоны.

Заметное различие между ячеечными и мозаичными методами заключается еще и в том, что первые часто довольно просты в реализации. Например, создать регулярную сетку на основе нерегулярной значительно проще, чем восстановить функцию в каждой точке пространства. Это же относится и к проблеме восстановления поверхности по срезам, возникающей в томографии.

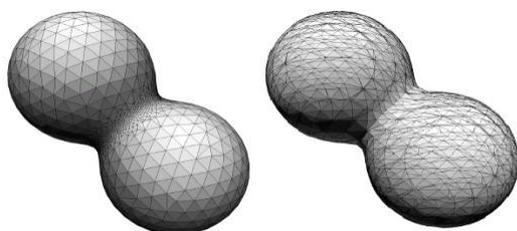


Рис 1. Поверхность слева получена - с помощью метода Стюарта (predictor-corrector), справа с помощью метода марширующих кубов (cell-based)

Таким образом, необходимо выполнить обоснование и выбор ячеечного метода для построения 3D модели ЧЛЮ и мозаичного метода

для построения предоперационного шаблона.

Ячеечные методы триангуляции позволят нам триангулировать поверхность челюстно-лицевой области. Различные модификации этих методов позволяют уменьшить вероятность ошибки аппроксимации, увеличить скорость работы за счет уменьшения количества сгенерированных треугольников и увеличения их качества, также используя современные технологии время выполнение работы данных методов уменьшается за счет использования параллельных и распределенных систем [4]. Анализ будем проводить по количеству сгенерированных треугольников и по качеству полученной поверхности. Выделим два ячеечных метода, метод Канейро и марширующих кубов.

Методы Канейро и марширующих кубов относятся к ячеечным методам. Преимущества, описанные ранее, позволяют нам утверждать, что с помощью данных методов лучше строить поверхность челюстно-лицевой области для дальнейшего выделения области поражения.

Алгоритм марширующих кубов, предложенный Лоренсенем, который можно разбить на два этапа [2]:

1. Разбиение области G пространства R^3 на конечное множество ячеек, поиск ячеек пересекаемых искомой поверхностью [5].

2. Аппроксимация поверхности в найденных ячейках.

Отдельного внимания заслуживает первый этап, который является основополагающим в нашем анализе.

Основные проблемы этого этапа заключаются в следующем:

1. Разбить область G на ячейки.

2. Выбрать ячейки, которые пересекаются с искомой поверхностью.

После того как область G будет разбита на ячейки, значения функции, в общем случае задающей поверхность, будут известны только в вершинах этих ячеек. Таким образом, ячейка является главной структурной единицей во всех методах на этом этапе.

При разбиении области следует учесть, что если размер ячейки будет очень большим, то возможна большая потеря точности.

При большом размере ячейки некоторые части искомой поверхности просто не будут видны. Однако сильное уменьшение размера ячейки может сильно сказаться на скорости построения полигональной поверхности (зависит от используемого оборудования).

Метод Канейро, основанный на разбиении пространства на треугольные пирамиды, как и метод марширующих кубов,

состоит из двух этапов [6]:

1. Разбиение пространства на конечное множество ячеек, поиск ячеек пересекаемых искомой поверхностью.

2. Аппроксимация поверхности в найденных ячейках.

Как уже было сказано, метод использует в качестве ячеек треугольные пирамиды. Для этого пространство разбивается на

параллелепипеды в соответствии с сеткой, на которой задана функция, а затем каждый параллелепипед разбивается на треугольные пирамиды.

Однако при подобном разбиении швы разрезов не всегда совпадают. Другими словами, стороны треугольников, полученных в результате триангуляции соседних ячеек, могут совпадать, что повлечет за собой появление дыр.

Таблица 1. Сравнение методов триангуляции по рисунку 2.

Поверхность	Количество треугольников				Средняя мера качества треугольников						
	кала	С	Т6	К анейро	.К.	кала	Т6	Кан ейро	.К.		
Сфера (а)	6000	1	0000	000	8	000	,54	,47	4	0,5	,52
Тор (б)	500	5	500	900	2	000	,54	,47	1	0,5	,53
Усеченный конус (в)	1500	1	900	950	5	000	,56	,46	4	0,5	,58
Кольцо (г)	4500	1	500	000	7	500	,53	,46	3	0,5	,56
Произвольная фигура с отверстиями (д)	100	4	000	200	2	00	,57	,47	2	0,5	,53
Сетка (е)	000	3	500	500	1	500	,7	,7		0,7	,7

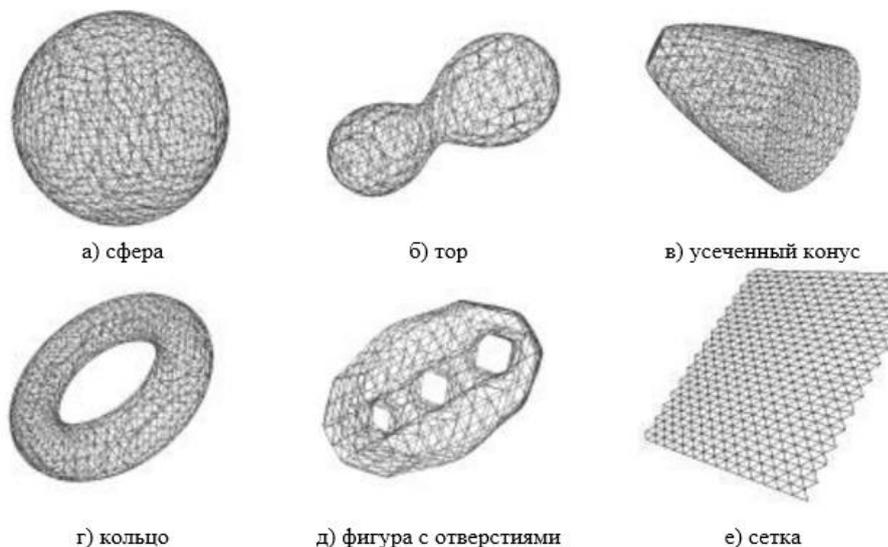


Рис. 2. Различные изображения триангулированных поверхностей

Анализируя результаты, полученные в ходе исследований (табл. 1), можно сделать следующие выводы:

- метод Скалы генерирует неоправданно большое количество треугольников (к примеру, при визуализации поверхности тора этот метод произвел в 5 раз больше треугольников, чем метод марширующих кубов).

- метод марширующих кубов генерирует значительно меньшее количество треугольников, чем другие методы, а качество сгенерированных

треугольников является оправданным для построения поверхности, что позволяет подготовить объект к печати, не прибегая к высокоточному и дорогостоящему оборудованию.

Выводы.

Таким образом, можно сказать, что метод марширующих кубов имеет лучшие показатели качества по критериям количества и качества генерируемых треугольников для

построения триангулированной поверхности ЧЛО.

Несмотря на существование топологической неточности в генерируемой поверхности, метод марширующих кубов широко используется на практике, т.к. вероятность проявления ошибок такого рода достаточно мала, а реализация данного метода с использованием параллельных и распределенных вычислений позволит работать с поверхностью с минимальными задержками во времени (практически в реальном времени) [4].

Целесообразнее использовать метод марширующих кубов для построения поверхности ЧЛО, а для построения предоперационного шаблона метод Канейро. Это позволит минимизировать время выполнения триангуляции объектов и затраты на ресурсы компьютерной системы, создать поверхность без потери данных (мелких объектов, или фрагментарно отсутствующих элементов), а также позволит создать предоперационный шаблон, пригодный для печати на 3D принтерах среднего ценового диапазона. Направлением дальнейших исследований является оптимизация методов триангуляции для работы со снимками ЧЛО в реальном времени, что позволит ускорить процесс определения и выделения области поражения, а также модификация методов создания предоперационного шаблона, с учетом необходимости расчета прочностных характеристик, пригодного для изготовления конечного имплантата.

Литература

1. Андрей Семенихин. Сравнительный анализ методов интерактивной триангуляции сеточных функций. Компьютерная графика и мультимедиа. Выпуск №2 (2) /2004 cgm.graphicon.ru

2. Bernardo P. Carneiro, Arie E. Kaufman, SIGGRAPH'96, pp. 205-210

3. Y. Ohtake, A. G. Belyaev, Proceedings of the International Conference on Shape Modeling & Applications, Page: 74, 2001.

4. А.С. Резниченко, М.В. Привалов Повышение производительности методов реконструкции поверхности за счет применения параллельных вычислений. Інформаційні управляючі системи та комп'ютерний моніторинг (ІУСКМ–2013)/Матеріали IV міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. - Донецьк, ДонНТУ — 2013, Том 1.

5. Yutaka Ohtake, Alexander G. Belyaev, ACM Symposium on Solid Modeling and Applications, pp. 171 - 178, 2002.

6. Andre Gueziec, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 1, Issue 4, pp. 328 - 342, December 1995

7. Tasso Karkanis, A. James Stewart, IEEE Computer Graphics and Applications, v.21 n.2, p.60-69, March 2001

8. B. Crespín, P. Guitton, C. Schlick. Proceedings of CSG'98, 1998

9. Marshall Bern and David Eppstein, Computing in Euclidean Geometry Eds. World Scientific, 1992, pp. 23-90

10. C. Rocchini, P. Cignoni, F. Ganovelli, International Conference on Shape Modeling & Applications, 2001.

11. Adriano Lopes, Ken Brodlie, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, pp 16-29, 2002

12. Sergey V. Matveev, Proceedings IEEE Visualization '94, pp. 288-292

13. Andrew P. Witkin, Paul S. Heckbert, Proceedings of the 21st annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pp: 269 - 277, 1994.

M. D. Safonov, D. D. Novikov, M.V. Privalov. Methods of surface building by CT images for creation of the maxillofacial skeleton model using 3D printing. Article deals with the task related to buildup of 3D model of the maxillofacial skeleton applicable for printing. Performed analysis of the variety of surface building methods with purpose of method selection that is most suitable for described task. Details and specifics of application of existing methods to different parts of the objects being modeled have shown.

Keywords: implant, surface, triangulation, 3D printing, cell.

Статья поступила в редакцию 12.2.2017
Рекомендована к публикации д-ром тех. наук В.Н. Павлышом

УДК 681.3; 623.313

Моделирование динамики теплового состояния изоляции обмоток при производстве электродвигателей

М.И. Федоров, Д.М. Малеев, И.А. Резников
Донецкий национальный технический университет
maleev404@gmail.com

Федоров М.И., Малеев Д.М., Резников И.А. Моделирование динамики теплового состояния обмоток при производстве электродвигателей. В статье рассмотрены вопросы моделирования динамики теплового состояния изоляции обмоток при производстве электродвигателей. Обосновано применение динамических тепловых моделей узлов и приведен алгоритм получения их параметров. Показана объективная возможность получить характеристики теплового состояния обмоток каждого выпускаемого двигателя.

Выбор мощности электродвигателей и режима работы электропривода в соответствии с диаграммой нагрузок в значительной степени определяется способностью их изоляции обмоток выдерживать тепловые нагрузки.

При производстве электродвигателей суждение о тепловом состоянии их обмоток осуществляется по результатам испытаний на нагревание, которые предусмотрены при проведении приемочных, периодических и типовых испытаний [1,2]. Приемочные испытания проводятся на опытном образце электрической машины. По их результатам можно судить о различных электромеханических характеристиках. Периодические испытания производятся с целью проверки того, насколько производство поддерживает качество выпускаемых машин. Типовые испытания проводятся при изменении конструкции материалов или технологии изготовления. Объем периодических и типовых испытаний достаточно велик и включает в себя проверку соответствующих параметров по программе приемочных испытаний.

Приемо-сдаточным испытаниям подвергается каждый выпускаемый электродвигатель, поэтому объем этих испытаний ограничен и испытания на нагревание в них не предусмотрены. Однако, по результатам можно судить об определенных электромеханических характеристиках. Например, для асинхронных двигателей (АД) можно получить параметры электрической схемы замещения, а, следовательно, и токи в обмотках, потери при различных моментах нагрузки на валу и т.п.

Суждения о тепловом состоянии испытываемых электродвигателей по результатам

испытаний на нагревание ограничены. Это, как правило, температуры обмоток при номинальной нагрузке двигателя, работающего в продолжительном режиме. Для электрических машин, работающих в повторно-кратковременных режимах, регистрируются изменения температур обмоток $\tau(t)$ в одном из возможных циклов квазиустановившегося состояния. Например, для цикла длительностью $t_{\text{ц}} = 10$ мин и продолжительностью включения ПВ=0.4 регистрируются изменения температуры при работе под нагрузкой в течение $t_p = 10$ мин от минимального τ_{min} до максимального τ_{max} значений температуры в цикле. Соответственно, во время паузы $t_n = 6$ мин при отключенном двигателе уменьшение температуры от τ_{max} до τ_{min} .

В предлагаемой работе рассматривается возможность получения характеристик динамики теплового состояния обмоток каждого выпускаемого электродвигателя в произвольном режиме работы. Поставленная задача может быть решена путем использования динамических тепловых моделей электродвигателей, которые формируются на основе эквивалентных схем замещения (ЭТС) электрических машин [3], либо путем использования динамических тепловых моделей (ДТМУ) отдельных узлов электродвигателей [4].

В качестве примера рассмотрим динамическую тепловую модель асинхронного короткозамкнутого двигателя, представленную на рис. 1.

Модель сформирована на основе ЭТС, содержащей шесть узлов (тел), в которых контролируется температура выделенных элементов конструкции двигателя. Таковыми являются: 1 - пазовая часть обмотки статора; 2 -

лобовая часть обмотки статора; 3 - сердечник статора; 4 - ротор; 5 - внутренний воздух и 6 - корпус. Узлы соединены тепловыми проводимостями λ_{ij} , в соответствии с тепловыми

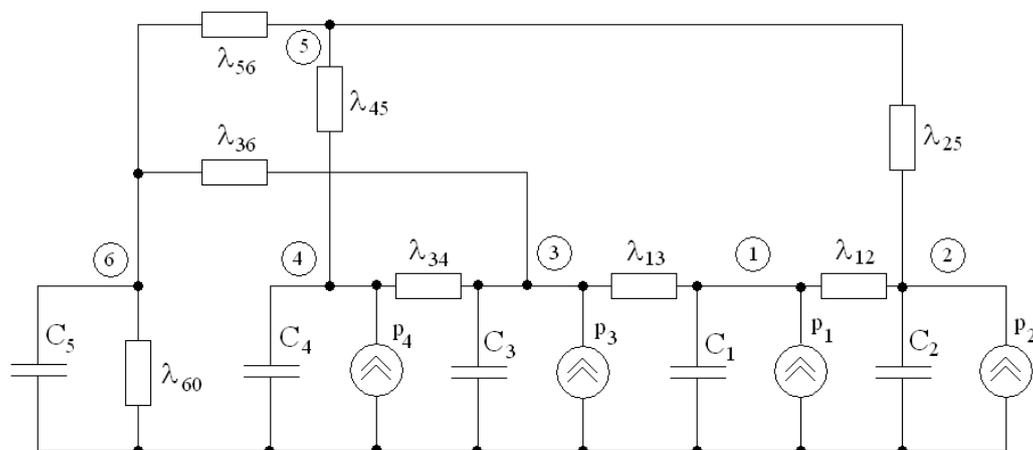


Рисунок 1 - Динамическая тепловая модель асинхронного короткозамкнутого двигателя.

потоками, направленными от источников тепла p_i в окружающую среду. К каждому узлу подключена теплоёмкость C_i , в которой накапливается тепловая энергия соответствующего элемента конструкции двигателя. Теплоёмкость внутреннего воздуха принята равной нулю $C_5=0$.

К соответствующим узлам подключены источники энергии p_i , которыми являются элементами конструкции: p_1 - потери в меди пазовой части обмотки статора, p_2 - потери в меди в лобовой части обмотки статора, p_3 - потери в стали и добавочные потери в сердечнике статора, p_4 - потери в меди обмотки ротора и добавочные потери в сердечнике ротора.

Параметры модели можно разбить на активные (источники тепла p_i) и пассивные (теплоемкости C_i и теплопроводности λ_{ij}). Пассивные параметры определяются массогабаритными характеристиками элементов конструкции, поэтому их можно считать едиными для всех электродвигателей одного типоразмера.

Активные параметры у двигателей одного типоразмера могут изменяться в определенных пределах по различным причинам: некоторое изменение сечения проводов обмоток, качество стали сердечника, изменение добавочных потерь при питании от преобразователей частоты и пр. Кроме того, возможны колебания токов в обмотках при одинаковом моменте сопротивления на валу, например, из-за колебания скольжения у АД. Поэтому при проведении испытаний на нагревание у различных электродвигателей одного типоразмера температура обмоток может

колебаться в пределах 20%. Необходимо отметить, что активные параметры могут быть определены для каждого двигателя на этапе приемо-сдаточных испытаний.

Следует также иметь в виду, что косвенная оценка теплового состояния обмоток по известным активным параметрам не гарантирует эксплуатацию выпускаемых электродвигателей с температурами их обмоток не превышающих допустимую для соответствующего класса изоляции, следовательно, желательно иметь картину динамики теплового состояния выпускаемых электродвигателей в характерных режимах работы.

Из вышеизложенного следует, что для получения характеристик динамики теплового состояния выпускаемых двигателей необходимо иметь пассивные параметры их моделей, получаемых расчетным путем [3]. Проводимости λ_{12} , λ_{13} и λ_{36} определяются с использованием коэффициентов теплопроводностей материалов и геометрических размеров соответствующих элементов конструкции, поэтому их получают с достаточной степенью точности. Величины λ_{25} , λ_{34} , λ_{45} , λ_{56} и λ_{60} зависят от коэффициентов теплоотдачи, а, следовательно, от режима обдува воздухом соответствующих элементов конструкции.

В качестве примера рассмотрим систему уравнений теплового состояния асинхронного короткозамкнутого двигателя. Она имеет вид:

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + \theta_1(\lambda_{12} + \lambda_{13}) - \theta_2\lambda_{12} - \theta_3\lambda_{13} = p_1 \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + \theta_2(\lambda_{12} + \lambda_{25}) - \theta_1\lambda_{12} - \theta_5\lambda_{25} = p_2 \\ C_3 \frac{d\theta_3}{dt} + \theta_3(\lambda_{13} + \lambda_{34} + \lambda_{36}) - \theta_1\lambda_{13} - \theta_4\lambda_{34} - \theta_6\lambda_{36} = p_3 \\ C_4 \frac{d\theta_4}{dt} + \theta_4(\lambda_{34} + \lambda_{45}) - \theta_3\lambda_{34} - \theta_5\lambda_{45} = p_4 \\ \theta_5(\lambda_{25} + \lambda_{45} + \lambda_{56}) - \theta_2\lambda_{25} - \theta_4\lambda_{45} - \theta_6\lambda_{56} = 0 \\ C_6 \frac{d\theta_6}{dt} + \theta_6(\lambda_{36} + \lambda_{56} + \lambda_{60}) - \theta_3\lambda_{36} - \theta_5\lambda_{56} = 0 \end{cases}$$

где: $\theta_i = \tau_i - \tau_0$ - превышение температуры τ_i соответствующего элемента конструкции над температурой окружающей среды τ_0 .

В результате имеем систему из шести уравнений с шестью неизвестными θ . Следует иметь в виду, что при расчете температуры в установившемся режиме $C_i \frac{d\theta_i}{dt} = 0$, а в правой

части необходимо брать потери p_i в элементах конструкции испытуемого образца АД.

Для электродвигателей с самовентиляцией в общем случае необходимо иметь зависимости этих проводимостей от частоты вращения двигателя. Результаты их расчета имеют существенный разброс и нуждаются в коррекции, которая производится с использованием результатов испытаний на нагревание, путем сравнения расчетных и измеренных установившихся температур элементов конструкции двигателя, при работе в продолжительном режиме.

При проведении испытаний на нагревание двигатель должен работать в продолжительном режиме и необходимо фиксировать температуры θ_i возможно большего числа элементов конструкции с целью получения их кривых нагрева. Кроме того, следует измерять различные параметры, позволяющие определять потери в элементах конструкции АД с достаточной степенью точности.

В результате получаем величины тепловых проводимостей в режиме нагрева при номинальной частоте вращения.

После проведения коррекции теплопроводностей следует рассчитать кривые нагрева $\theta_i(t)$ элементов конструкции. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых нагрева позволит произвести коррекцию теплоемкостей C_i .

Тепловые проводимости при неподвижном роторе также получают расчетным путем [1] по тем же формулам, что и при работающем двигателе. Однако, коэффициент теплоотдачи не зависит от частоты вращения, а, следовательно, имеем достаточно точные значения λ . Возможные неточности определения проводимостей в режиме охлаждения определяются степенью точности

применяемых расчетных формул. Они также нуждаются в коррекции на основе сравнения с экспериментальными данными. С этой целью в программу испытаний на нагревание необходимо предусмотреть снятие кривых охлаждения. Сравнение расчетных кривых охлаждения с экспериментальными позволяют корректировать величины тепловых проводимостей при неподвижном роторе.

При необходимости получение функциональной зависимости соответствующих тепловых проводимостей от частоты вращения необходимо предусмотреть испытания на нагревание при различных частотах вращения.

Полученные пассивные параметры моделей представляют собой своеобразный тепловой паспорт электродвигателей одного типоразмера, который позволяет судить о динамике теплового состояния каждого выпускаемого электродвигателя в произвольном режиме работы.

Тепловой паспорт можно получить путем использования динамических тепловых моделей (ДТМУ) отдельных узлов электродвигателя. Такими могут быть обмотки (или их части) двигателей, испытывающих наибольшие тепловые нагрузки. Например, лобовая часть обмотки статора АД. На рис. 2 приведена схема ДТМУ:

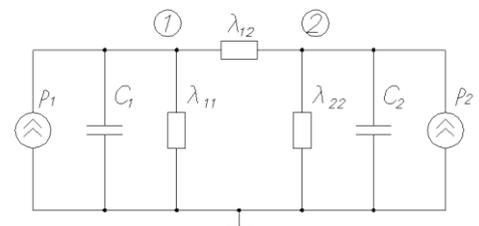


Рисунок 2 - Схема динамической тепловой модели (ДТМУ) узла электродвигателя.

Она содержит три тепловые проводимости (λ_{11} , λ_{12} и λ_{22}), две теплоемкости (C_1 и C_2) и два источника тепла (p_1 и p_2).

Тепловые процессы, моделируемые с помощью ДТМУ можно трактовать следующим образом. В узле 1 моделируется изменение температуры в выбранном узле двигателя, а температура второго узла отражает влияние остальных элементов конструкции на тепловые процессы в выбранном для контроля узле электродвигателя. Соответственно, p_1 равна мощности потерь в выбранном узле, а p_2 - потеря мощности в остальных элементах конструкции. Таким образом, суммарная мощность потерь электродвигателя $\sum p_i$ и мощность источников тепла ($p_1 + p_2$) ДТМУ совпадают.

Динамика тепловых процессов в выбранном узле описывается системой двух

дифференциальных уравнений. Она имеет вид:

$$\begin{cases} C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + \theta_1(\lambda_{11} + \lambda_{12}) - \theta_2\lambda_{12} = p_1; \\ C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + \theta_2(\lambda_{22} + \lambda_{12}) - \theta_1\lambda_{12} = p_2. \end{cases}$$

В качестве примера рассмотрим выражение для определения p_1 и p_2 при моделировании тепловых процессов в лобовой части обмотки статора.

$$p_1 = p_{m1} + p_c + 0.5 p_\delta$$

где: $p_{m1} = 3I_1^2 r_1 = k_{i1}^2 p_{nr1}$ – потери в меди обмотки статора, здесь $k_{i1} = I_1 / I_{1n}$ – коэффициент кратности тока I_1 обмотки статора по отношению к номинальному току I_{1n}

p_c – потери в стали,

$$p_\delta = k_i^2 p_{\delta n} - \text{добавочные потери.}$$

Добавочные потери p_δ принято считать пропорциональными k_i^2 и их распределяют поровну между статором и ротором.

$$p_2 = p_{m2} + 0.5 p_\delta$$

где: $p_{m2} = 3 I_2^2 r_1 = k_i^2 p_{m2}$ – потери меди в обмотке ротора.

Пассивные параметры ДТМУ (λ_{11} , λ_{22} , λ_{12} , C_1 и C_2) едины для всех двигателей одного типоразмера. Тепловые проводимости зависят от режима обдува воздухом элементов конструкции. При частоте вращения близкой к номинальной они обозначаются λ_{n11} , λ_{n22} и λ_{n12} . Неподвижному ротору соответствуют λ_{ox11} , λ_{ox22} и λ_{ox12} . В случае наличия режимов с переменной частотой вращения ω необходимо иметь соответствующие функциональные зависимости $\lambda_{11}(\omega)$, $\lambda_{22}(\omega)$ и $\lambda_{12}(\omega)$.

Пассивные параметры ДТМУ определяют с использованием кривых нагрева и охлаждения, полученным по результатам испытаний на нагревание. Важным преимуществом ДТМУ

является то, что нет необходимости использования эмпирических формул с учетом различных геометрических размеров элементов конструкции. С помощью полученных параметров ДТМУ можно рассчитать зависимости $\theta(t)$ для любого режима работы. Это дает возможность дополнительной коррекции пассивных параметров ДТМУ на основе сравнения расчетной и экспериментальной зависимости $\theta(t)$ в одном из возможных повторно-кратковременных режимов работы опытного образца электродвигателя.

Из вышеизложенного следует, что имеется объективная возможность получения характеристик теплового состояния обмоток каждого выпускаемого двигателя. Для этого электродвигатели одного типоразмера должны иметь тепловой паспорт, параметры которого определяются по результатам испытаний на нагревание. Для этого программа их проведения должна быть скорректирована соответствующим образом.

Литература

1. Котеленец И.Ф., Кузнецов Н.Л. Испытания и надежность электрических машин. – М.: Высш. шк., 1988. – 232 с.
2. Справочник по электрическим машинам. Под. общ. ред. И.П. Копылова. – М., Энергоатомиздат, 1988. – 456 с.
3. Счастливый Г.Г. Нагревание закрытых асинхронных двигателей. – Киев, «Наукова думка», 1966.
4. Федоров М.М. Динамические тепловые модели узлов электрических машин. – Міжвідомчий науково-технічний збірник «Електро-машинобудування та електрообладнання», № 53, Київ, 1999, с. 70-73.

Статья поступила в редакцию 12.2.2017
Рекомендована к публикации д-ром тех. наук В.Н. Павлышом

УДК 51(09)

МОЕМУ УЧИТЕЛЮ 100 ЛЕТ



Ю.А.Митропольский

3 ЯНВАРЯ 1917 г. родился Юрий Алексеевич Митропольский.

Ко времени, когда я познакомился с его книгами в конце 1960 г., мне уже было 27 лет. Я прошёл уже более 13- летнюю трудовую дорогу. Начинал слесарем на металлургическом заводе в Макеевке, на шахте и в шахте близко к Сталино, учителем математике в школе там же, отслужил на флоте в Кронштадте, закончил после вечерней школы заочно Харьковский университет (ХГУ), женился, переехал в Иловайск. Там работал учителем труда (пригодился аттестат ремесленного училища!), физики, завучем.

Оттуда был избран ассистентом кафедры математики Донецкого политехнического (ДПИ) в надежде заняться научной работой в области математики. Имел уже горький опыт «поражений» - не получил медали в вечерней школе, где до весны 1951-го года был лучшим учеником, не был принят на стационар ХГУ...

После 3 лет работы в ДПИ я уже имел опыт использования аппарата нелинейной механики, которой овладевал, решая задачи динамики вибрационных машин под руководством доцента Василия Кузьмича Преснякова. Он помог мне ставить инженерные задачи, я ему – решать

соответствующие дифференциальные уравнения методом Боголюбова – Митропольского.



Академики В.Глушков, Ю.Митропольский, Н.Н.Боголюбов.

В 1963 г. мне удалось разработать асимптотический метод для анализа уравнений вибромашина – асинхронный двигатель.

На кафедре был только один кандидат наук – заведующий Абрам Соломонович Меляховецкий. Он не спеша продолжал заниматься интегро-дифференциальными уравнениями. Несколько человек писали методички для изучения отдельных разделов высшей математики... Кафедра росла вместе с бурным ростом ДПИ. Завкафедрой просил разделить кафедру. Министерство отказывало – нужен был хотя бы ещё один кандидат. В 1963 г. было получено 2 направления в целевую аспирантуру. Мой коллега С.А.Василишин съездил в Институт математики (И) АН УССР, где директором был Ю.А. Митропольский. Я просил его замолвить слово и обо мне, не найдя возможности съездить в Киев. К 1-му сентября мы приехали на вступительные экзамены. Я узнал, что Ю.А. в Женеве на Международном конгрессе. Заведующий аспирантурой сказал, что я совершил ошибку, не повидавшись предварительно с будущим руководителем. У меня уже были сданы кандэкзамены по философии и немецкому языку и предстояло сдать лишь экзамен по математике.

Принимали экзамен В.Н.Кошляков и С.Ф.Фещенко. Заходили по одному. Подошла и моя очередь. Фещенко вышел, а с Владимиром Николаевичем беседа началась с вопроса «Зачем Вы сюда приехали?». Мой ответ, что в Донецке нет специалистов по теории колебаний, а здесь есть

мощная школа под руководством Ю.А. Он заметил, что она мне не очень нужна: - «У Вас есть уже публикации...». ...

Через 10 дней прибыл Ю.А. Его секретарь мне сказала, что он уже знает обо мне (ему рассказал парторг К.В.Задирака) и надо только отвечать на его вопросы. Я зашёл в кабинет. Он предложил мне сходить в Минвуз и попросить дать целевое направление в Университет, где у него тоже есть аспирантура. Мой поход туда был безрезультатным – замминистра, улыбаясь, сказал, что в ходе экзаменов этого делать нельзя и посоветовал поступать в будущем году. Рассказал об этом Ю.А. Он предложил мне поступать в 1964 г. Я сказал, что мне уже 30 лет; год предстоит трудным – даже в Киеве продают кукурузно – гороховый хлеб. Я попросил приезжать раз в полгода, уделять мне по 5 минут... Он согласился. Тогда я рассматривал уравнения:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon f_1(x, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi})$$

$$\ddot{\varphi} = \varepsilon f_2(x, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi}).$$

Второе из них описывало вращение двигателя; -они взаимосвязаны. Решение описывалось в виде (ε - малый положительный параметр)

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cdot \cos \phi + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots, \\ \frac{d\phi}{dt} &= \nu + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots, \end{aligned} \right\} \text{ где } \phi = \omega t + \theta, \left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1 + \dots, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega - \nu + \varepsilon B_1 + \dots, \\ \frac{d\nu}{dt} &= \varepsilon C_1 + \dots, \end{aligned} \right.$$

$A_1(a, \theta, \nu), B, C$ – аналогично. Очевидно, a, θ, ν медленно изменяются.

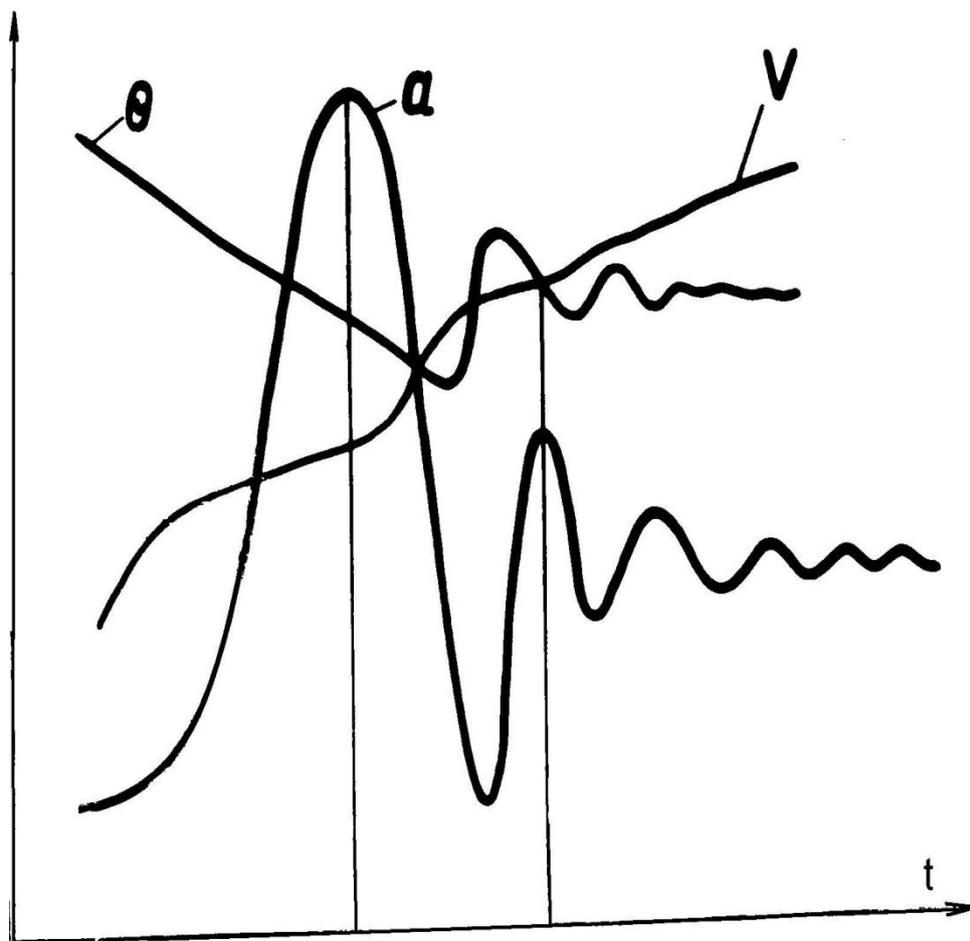
Весной следующего года состоялась 1-я конференция молодых математиков Украины, организованная Митропольским. Я попросил его послушать мой доклад (в соавторстве с В.К.). Он согласился.

После заседания ко мне подошёл В.Г.Коломиец и сказал, что это может быть 1-й главой моей диссертации. Он уже был кандидатом наук... Эта конференция была для молодых математиков из периферии, где не было математических школ, очень полезной – «на других посмотреть, себя показать». Она вселила веру в себя. На следующую конференцию 1965 г. я приехал уже с черновиком диссертации. Поздравил Ю.А. с присуждением Ленинской премии. Ему это было приятно. Видя, что я волнуюсь, он взял у меня папку с черновиком, развязал тесёмки и стал листать. Я успокоился. На некоторые из формул он вглядывался и задавал вопросы. Закончив, он спросил, чего я жду от него. Я ответил, что можно ли это считать черновиком диссертации? Он сказал «Да» и посоветовал рассмотреть ещё прохождение через резонанс в системе вибромашины с двигателем. Я

уже думал об этом и пообещал добавить об этом параграф. Ещё я сказал, что мне нужно сдать кандэкзамен по специальности.

Ю.А. предложил мне сделать доклад по диссертации назавтра. «Посмотрят на Вас, и тогда Вам будет легче его сдать». Сделал доклад, а назавтра был кандэкзамен. Принимал его А.М. Самойленко, бывший аспирант Ю.А., защитивший диссертацию в 25 лет. Сдавал экзамен с коллегой, вернувшимся из Армии. Дав нам задания, А.М. ушёл, сказав, что вернётся через час. Я не стал «шпаргалить»...Вернувшись, А.М. посмотрел наши записи и сказал, что Женя ходит на семинары в ИМ, а я у них гость. Он предложил ему «5», а мне «4». Я согласился. Ю.А. согласился подписать решение семинара с предложением ДПИ дать мне 3-месячный отпуск для оформления диссертации.

На рисунке показаны графики изменения амплитуды, частоты и фазы колебаний при переходе системы через резонанс.



Доложил на межкафедральном семинаре, где присутствовал В.К. и завкафедрой теормеханики Е.И.Степанов. Один из моих коллег, М.Г.Гефен, предложил мне доказать существование периодического решения. С

технической точки зрения это очевидно, но это доказательство покажет адекватность принятой математической модели. Я согласился. Решив в майские праздники эту проблему, сделал ещё одну главу. За летние каникулы отпечатал работу, вписал формулы. В сентябре 1965-го, через 2 года после «провала» в ИМ, сдал туда диссертацию на защиту. Отмечая в канцелярии командировку перед отъездом, увидел В.Н.Кошлякова. Он предложил мне побеседовать. Я ответил, что не вижу в этом смысла, что уже сдал диссертацию на защиту. Он сказал, что знает это и что дал «добро» от имени отдела механики ИМ.

Через полгода, 7 мая 1966 г. я защитил диссертацию. Первым оппонентом был известный ленинградский математик И.И.Блехман. Он сказал, что «как А.Эйнштейн объединил пространство и время, так и З.Филер объединил работу вибромашины и двигателя». Смелое утверждение!

Ю.А. не был на моей защите – у него была командировка в Москву. Он приехал из Москвы после неё сразу на защиту и приободрил: «Всё будет хорошо!». Он спросил меня, почему не приехал В.К.Пресняков на защиту. После защиты объявили результаты – оба защитили единогласно.

Мы пригласили всех присутствовавших на банкет. Ю.А. сказал, что не может, т.к. не был несколько дней дома и сразу пойдёт на банкет, а не домой. Дома не поймут... На защите было много аспирантов, которые стали ими 2 с половиной года тому. Среди них был и С.А.Василишин, который рассказал мне, что его спросили на экзамене, за кого он болеет, когда «Динамо» приезжает в Донецк. Сказал, что за «Динамо». – «Молодец, «5». Это он рассказал мне в 1963-ем... А мой напарник по защите, с которым мы гуляли всю ночь после банкета, рассказал, что 15 лет тому привёз диссертацию о фильтрации вод через плотины. Решение уравнений фильтрации искалось в виде 2 слагаемых – членов ряда. Руководитель отдела Фещенко потребовал доказать сходимости этого ряда и тогда он будет рекомендовать работу к защите. Через 15 лет он это доказал, хотя понимал бессмысленность этого. Рассчитанные по его методике плотины «Великих строек коммунизма» на Волге и сибирских реках стоят до сих пор.

Тогда я вспомнил, что Н.Н.Боголюбов в 1948 г. задал диссертанту вопрос: «Зачем Вы доказываете сходимость ряда, если используете только 2 его члена? Надо оценить близость суммы этих членов к искомому решению, а сходимость тут не причём». Эту точку зрения я высказывал своим студентам, особенно специальности «инженер-математик».

После возвращения в Донецк я узнал, что уже отправлено представление в Минвуз на деление кафедры и предложение назначить меня заведующим одной из них. И закрутило... На кафедре училось 3 тыс студентов; их учили 22 преподавателя... Диплом кандидата наук с подписью Председателя Совета Митропольского мне прислали ценным письмом.

Весной 1967 я получил приглашение на школу по дифференциальным уравнениям в Ужгород. Месяц в спортивном лагере университета на берегу Ужа стал незабываемым событием в моей жизни. Там я узнал, что инициатором таких школ был Юрий Алексеевич. Это был год его 50-летия.

В 1965 г. в Донецке был организован научный центр. Его частью стал ВЦ Донецкого центра. Через год он стал Институтом прикладной математики и механики АН УССР. Позже я увидел Юрия Алексеевича в Донецке и пригласил его к себе домой. С виноватым видом он отказался – он был занят в ИПММ.

12 января 1976 г. после длительной тяжёлой болезни умер В.К.Пресняков. За несколько часов до смерти он взял с меня слово защитить докторскую... Через 5 месяцев после этого ушёл из жизни А.С.Меляховецкий, а ещё 2 месяца не стало моей мамы... В период творческого отпуска такие потери заставили задуматься о смысле занятий своей диссертацией. Всё же я поехал на семинар к Ю.А. После моего доклада он расхвалил меня, сказав молодым членам семинара, что так и надо – делать необходимое для народного хозяйства дело и создавать для решения этой задачи необходимый математический аппарат. После семинара он пригласил меня к себе в кабинет и спросил, собираюсь ли я защищать у них, в ИМ. Я ответил утвердительно. Тогда он рассказал, что в ближайшем номере Бюллетеня ВАК появится статья, в которой будут названы темы защищённых в ИМ 5 докторских диссертаций, имеющих, по мнению ВАК, низкий уровень. «Я не хочу, чтобы Вы были 6-ым», сказал он. Он считал ошибочной установку В.С.Владимирского, что если в работе есть серьёзные приложения, то её надо защищать в другом Совете, не по математике. Предложил мне поискать совет по техническим наукам, в котором ценят новые математические результаты.

Назван был Совет и Г.С.Писаренко. Для меня совет Ю.А. тогда показался тяжёлым ударом – надо было полностью переделать написанный черновик. Увидев моё смятение, Ю.А. сказал, что он ведь доктор технических наук (по совету Н.Н.Боголюбова, так как в Институте строительной механики не было Совета по физмат наукам), но это не помешало ему стать директором ИМ.



В.К.Пресняков



А.С.Меляховецкий

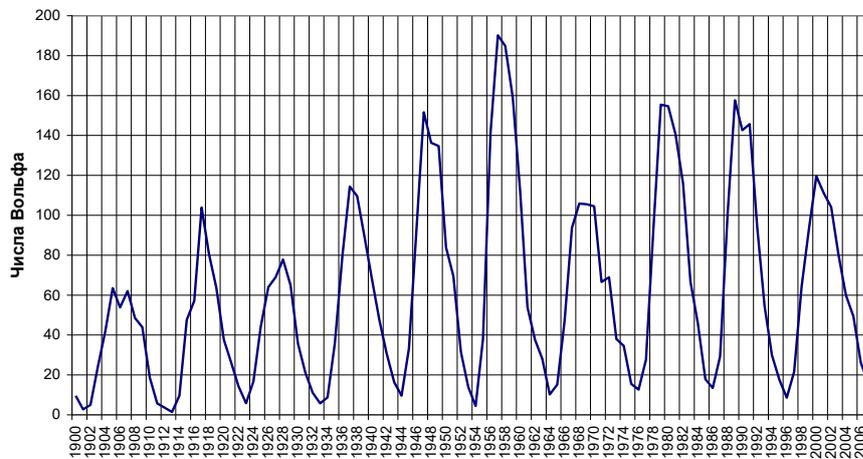
Ю.А. Митрольский, В.К. Пресняков и А.С. Меляховецкий – фронтовики, боевые офицеры, 1917, 1914 и 1912 г. рождения.

Доложил работу в Институте геотехнической механики в Днепре и в Ленинградском «Механобре». Дружеские советы А.Г.Червоненко и И.И. Блехмана помогли мне пережить этот тяжёлый год. К сожалению, через два года не стало и моего отца. Он умер 20.12.1978 г., в день 18-летия моего сына... Чтобы привести себя в рабочее состояние, занялся «посторонними» делами: активизацией воды для замачивания семян перед посевом, читал о выдающихся учёных А.Берге и А.Чижевском.

Увидел в книге «Земное эхо солнечных бурь» последние циклические графики солнечной активности. Занимаясь почти 20 лет колебаниями в машинах, заинтересовался источником этих колебаний и их последствиями.

Меня поразил тот факт, что максимумы чисел Вольфа совпадают с годами революций и войн. Увидел в списке литературы этой книги ссылку на брошюру того же автора «Физические факторы исторического процесса» (1924, Калуга). В донецких библиотеках её не нашлось. По МБА мне прислали микроплёнку из 72 кадров. Сын напечатал фото. Моя догадка подтвердилась – Чижевский писал о статистике Солнца и движений масс с 5 века до нашей эры...

СОЛЯЧНА АКТИВНІСТЬ З ПОЧАТКУ ХХ стор.



В 1980 г. пришла очередь и до моей диссертации. На международной конференции по нелинейным колебаниям встретился с Ю.А. В 1982 г. доложил свою работу на семинаре у Г.С.Писаренко. Он предложил мне защищать докторскую диссертацию на его Совете в КПИ. Узнав, что Ю.А. – мой учитель, сказал, что он был оппонентом по докторской диссертации Ю.А.

Основным достижением в математическом аппарате моей диссертации был переход к интегральным уравнениям типа В.Вольтерры и соответствующим уравнениям Гаммерштейна из условий периодичности. Это дало возможность использовать метод итераций и построить специальный метод численного интегрирования, обобщающий метод ломаных Эйлера – частный случай так называемых системных методов.

Мне удалось финитизировать метод А.В.Михайлова в теории устойчивости. Решать реальные задачи стало возможным благодаря использованию ЭВМ. Ясно, что большая часть диссертации была посвящена исследованиям динамики вибромашин, применяемых в углеобогащении, угледобыче, строительстве. Были представлены документы об экономической эффективности (4.4 млн руб за 25 лет, в основном по заданию Луганского «Гипромашуглеобогащение»).

Спустя пару месяцев заметил, что Г.С.Писаренко изменил своё мнение... Догадался, что это проявление зависти – Ю.А. избрали академиком АН СССР, а не его. Такое уже было в 1965 г.: академик АН УССР директор Института механики В.О.Кононенко позавидовал присуждению Ю.А. Ленинской премии, и отыгрался на мне, ученике Ю.А.... Все они были учениками Н.Н.Боголюбова.

Благодаря поддержке Б.Т.Пономаренко, замминистра высшего образования УССР, бывшего младшим учеником – первым аспирантом В.К.Преснякова, в 1986 г. «лёд тронулся» - моя защита в КПИ стала

реальной. Приехал в КПИ в феврале 1987 г., сдал официально диссертацию на защиту. Попросил Ю.А. и В.Н.Кошлякова придти на мою защиту. В качестве ведущей организации с согласия её директора академика К.В.Фролова, мне был назначен Институт машиноведения АН СССР в Москве. Когда я туда приехал, выяснилось, что ИМАШ принял решение не давать отзывов на диссертации по динамике машин, т.к. экспертный совет ВАК в основном состоит из его сотрудников. К.В.Фролов стал и вице-президентом АН СССР. Мне советовали обратиться к Ю.А., чтобы он попросил Фролова согласиться на отзыв о моей работе. Решил, что беспокоить Ю.А. мне, зрелому человеку, стыдно. Сам убедил К.В.Фролова дать мне возможность доложить работу на специально собранном семинаре в конце апреля. 11 мая состоялась моя защита. Лично просил всех членов прибыть на защиту. На защите выступили Ю.А. и В.Н... После защиты хотел пригласить всех присутствующих отметить мой успех. В.Н. Кошляков сказал, что это сейчас невозможно – шла борьба с пьянством. Он пригласил меня и И.И.Блехмана к себе на квартиру. Пока мы разговаривали втроём, Ю.А. исчез...

Я очень жалею, что не предложил Ю.А. сделать общую публикацию, боясь, что он рассмотрит это предложение как желание «примазаться» к его авторитету... Меня извещали о предстоящих юбилеях Ю.А., и о том, что по желанию юбиляра торжественных мероприятий не будет. Писал поздравления с выражениями благодарности за постоянную поддержку. В 1998 г. был на конференции в Киеве, посвящённой 80-летию Ю.А. После его обзорного доклада решился подсесть к нему. Сказал ему, что хотел бы построить дифференциальное уравнение колебаний в комплексной форме, надеясь, что благодаря формуле Эйлера $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$, возможен переход к уравнению первого порядка вместо классического уравнения второго порядка $\ddot{x} + \omega^2 x = f(x, \dot{x}, t)$. Подумав, Ю.А. ответил, что такое возможно. Впервые решился его спросить об отношении к нему в Москве, в АН России.

Он сказал, что его приглашают ежегодно на годовые собрания Академии. И с горечью добавил, что в ней осталось только 9 человек из Украины. Спросил и о бытовой жизни. Он с тихой радостью сказал, что ему выделили путёвку в дом отдыха в Конче-Заспу. Это была моя последняя встреча с Юрием Алексеевичем... От неё осталась надпись Ю.А. на его книге. Через 10 лет его не стало.

К 90-летию Юрия Алексеевича Институт математики АН Украины издал его биографию, анализ его деятельности со списком его публикаций. В ней помещены и списки его аспирантов и соискателей, защитивших кандидатские диссертации под его руководством, а также докторские диссертации. 92 кандидата наук и 25 докторов наук! Я там значусь 24-ым кандидатом и 12-ым доктором...

Ю.А.Митропольский содействовал созданию Института кибернетики. Кроме Донецкого ИПММ, благодаря ему открыты институты во Львове и Днепропетровске. А это способствовало подготовке научных кадров не только в НИИ, но и в ВУЗах, особенно Донбасса. До 1965 г. в Донецке было только два кандидата наук– математика: А.Бородин и А.Меляховецкий. Он высоко ценил приглашённых в Донецк И.Гихмана, Я.Лопатинского, Г.Суворова, П.Харламова, И.Данилюка и других крупных учёных. А они создали в Донбассе новые научные школы...

Умер Ю.А.Митропольский 14 июня 2008 г. на 92 году жизни в Киеве и похоронен на Байковом кладбище.

Аннотация

Автор, работавший почти 30 лет преподавателем математики в Донецком политехническом институте, вспоминает об академике Ю.А.Митропольском и его влиянии на развитие математической науки в Украине и на Донбассе.

CONTENT

Aleksandrova O. V. The interconnection of symmetries of Ito stochastic differential equation and corresponding to him Fokker - Planck equation.....	4
Andruckin A.I. Consciousness, feedback and negative reflexive Boolean functions.....	10
Andruckin A.I. Poletaev V.A. Reflexive reference and analysis of quines.....	25
Artemenko V.A., Andruckin A.I. Complex extensions and analysis of the properties of fractal mappings.....	31
Grigoriev A.V. The complex of means and methods of working with a formal grammar in semiotic conceptual domain model of intelligent CAD.....	46
Minenko A. S., Radevich E. V. Numerical modeling of the crystallization process... ..	73
Safonov M. D., Novikov D. D., Privalov M.V. Methods of surface building by CT images for creation of the maxillofacial skeleton model using 3D printing	79
Fedorov M.M., Maleev D.M., Reznikov I.A. Modeling of dynamics of a thermal condition of windings at manufacture of electric motors... ..	83
Significant chronological dates	
100 years to my teacher	
Filer Z.E	87
Content.....	97

Научное издание

ИНФОРМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА

Научный журнал

(на русском, украинском, английском языках)

№ 1(7)-2017

Ответственный за выпуск А.И. Андрюхин

Технические редакторы Т.В. Завадская, А.В. Звягинцева

Компьютерная верстка Д.А. Филипишин

Подписано к печати 26.02.2017. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать ризографическая.
Усл. печ. лист. 10. Уч.- изд. лист. 7,1. Тираж 100 экз.

Адрес редакции: ДНР, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, ГВУЗ «ДонНТУ», 5-й учебный корпус,
к. 425. Тел.: +38 (062) 301-08-51 E-mail: infcyb.donntu@yandex.ru, URL: <http://infcyb.donntu.org>

Издатель Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический
университет» ДНР, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58. Тел.: +38 (062) 301-08-67, +38 (062) 301-
09-67 Свидетельство о государственной регистрации субъекта издательского дела: серия ДК
№2982 от 21.09.2007

Отпечатано ООО фирма «ДРУК-ИНФО» ЛУН, 83001, г. Донецк, ул. Артема, 58, к. 113, тел.: +38
(062) 335-64-55