

УДК 621.1.016.4: 519.63

Численное моделирование и управление процессами теплопереноса в противоточных теплообменных аппаратах

В. К. Толстых, К. А. Пшеничный
Донецкий национальный университет
mail@tolstykh.com, kirillpch@mail.ru

Толстых В.К., Пшеничный К.А. Численное моделирование и управление процессами теплопереноса в противоточных теплообменных аппаратах.

Предложена упрощённая модель описания конвективных, нестационарных, одномерных процессов теплопереноса для теплообменников с противоточными теплоносителями, содержащая модельный коэффициент теплообмена между теплоносителями, включающий в себя как физический коэффициент теплопередачи, так и внутренние геометрические особенности теплообменника. Описана конечно-разностная схема расчёта тепловых процессов. Приведены расчёты с данными промышленного теплообменника (кислородная станция Енакиевского металлургического завода) для оценочных значений коэффициента теплообмена. Сформулирована задача идентификации коэффициента теплообмена. Поставлена задача оптимального управления теплообменным аппаратом с целью стабилизации температурного режима работы ректификационной колонны.

Ключевые слова: теплообменный аппарат, теплообменник, идентификация, оптимальное управление, численное моделирование.

Введение

Теплообменные аппараты используются во многих отраслях промышленности, таких как металлургия, энергетика, химическое производство. От качественной работы теплообменников в значительной степени зависит работа других объектов-потребителей различных ресурсов с заданными температурными характеристиками.

На рис. 1 приведена часть технологической схемы воздухоразделительной установки ректификационной колонны Енакиевского металлургического завода. Воздух (сплошная жирная линия) проходит основной теплообменник Е3118, после которого поступает в нижнюю ректификационную колонну Т3211. После процесса разделения воздуха из верхней колонны Т3212 отбирается некоторое количество жидкого кислорода (пунктирная линия) и посредством управляемого насоса Р3568 подаётся в основной теплообменник Е3118 для противоточного охлаждения воздуха.

Для качественной работы ректификационной колонны в любое время суток и года, экономии энергоресурсов и обеспечения сохранности оборудования в случае непредвиденных сбоев, необходимо адекватное управление теплообменником для удержания воздушного потока в колонну при номинальной температуре.

Поэтому важно уметь с достаточной точностью моделировать работу теплообменника для обеспечения оптимальных режимов работы ректификационной колонны.

В данной работе рассматриваются конвективные, нестационарные, одномерные процессы теплопереноса для теплообменников с противоточными теплоносителями. Одна среда теплоносителя – это охладитель жидкий кислород, вторая – охлаждаемый воздух. Рассматриваемая принципиальная математическая модель данных процессов для различных теплообменных аппаратов предполагает, что конструктивные и технологические особенности конкретных аппаратов должны учитываться некоторым адекватным модельным коэффициентом теплообмена между противоточными средами. Очевидно, что для достаточно точного численного моделирования работы теплообменника по предлагаемой модели необходимо решать задачу идентификации данного коэффициента.

В первом разделе настоящей работы описывается математическая модель процессов теплопереноса между двумя противоточными средами с учётом гидродинамических особенностей потоков. Второй раздел посвящён численному моделированию конвективных тепловых процессов по конечно-разностным схемам типа «уголок». Далее обсуждаются результаты расчётов численного моделирования потоков обеих сред и влияние на тепловые

процессы модельного коэффициента теплообмена. Предпоследние разделы посвящены обсуждению полученных результатов и возможного алгоритма идентификации коэффициента теплообмена, а также – задаче оптимального управления теплообменным аппаратом, по идентифицированной модели, с целью стабилизации температурного режима работы ректификационной колонны.

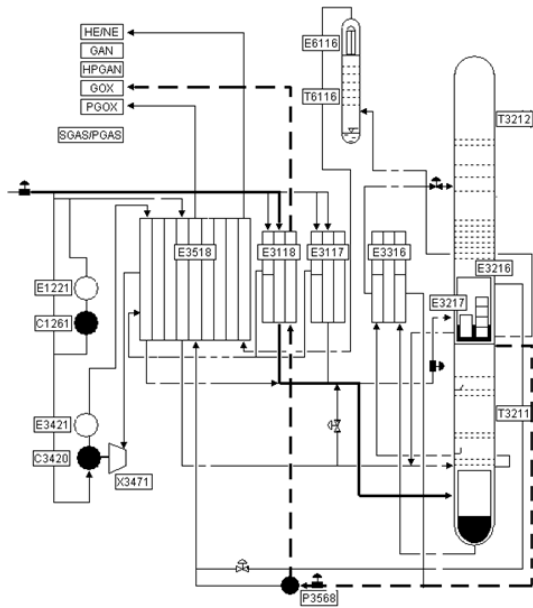


Рисунок 1. Схема воздуходелительной установки.

Математическая модель процессов теплопереноса

На рис. 2 показана принципиальная схема работы противоточного теплообменника в котором прямым потоком является воздух, а обратным – кислород. В одномерной постановке конвективные нестационарные тепловые процессы для указанного теплообменника можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{1}{c_{p1}\rho_1} K(T_2 - T_1), \\ \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - v_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \frac{1}{c_{p2}\rho_2} K(T_1 - T_2), \end{cases} \quad (1)$$

где $T_1(\tau, x)$ и $T_2(\tau, x)$ температуры первого и второго теплоносителя (соответственно – воздух и жидкий кислород), движущихся со скоростями $v_1(\tau, x)$ и $v_2(\tau, x)$, K – модельный коэффициент, определяющий теплообмен между теплоносителями, включающий в себя

как физический коэффициент теплопередачи, так и внутренние геометрические особенности теплообменника, $\tau \in [0, \theta]$ – время, $x \in [x_a, x_b]$ – пространственная координата, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, $\rho(T)$ – плотность теплоносителей.

Граничные условия для системы (1) это:

$$\begin{aligned} T_1(\tau, x_a) &= T_{1a}(\tau), \\ T_2(\tau, x_b) &= T_{2b}(\tau). \end{aligned} \quad (2)$$

Как правило, начальная температура теплоносителей вдоль всего теплообменника неизвестна. Зададим в качестве начального приближения линейное изменение температуры вдоль теплообменника при заданных граничных значениях:

$$\begin{aligned} T_1(0, x) &= T_1(0, x_a) - \\ & [T_1(0, x_a) - T_1(0, x_b)] \frac{x - x_a}{x_b - x_a}, \\ T_2(0, x) &= T_2(0, x_b) - \\ & [T_2(0, x_b) - T_2(0, x_a)] \frac{x - x_b}{x_a - x_b}. \end{aligned} \quad (3)$$

Такое приближение будет приводить к искусственным переходным тепловым процессам в начале расчётов до некоторого момента $\tau_0 \in (0, \theta)$. После τ_0 начальные условия уже не будут влиять на дальнейшие расчёты, и полученное распределение температур можно будет считать новым начальным условием для дальнейших расчётов.

Для определения τ_0 будем задавать стационарные граничные условия как тепловые, так и гидродинамические. Момент τ_0 будет определяться как момент стабилизации искусственных переходных тепловых процессов.

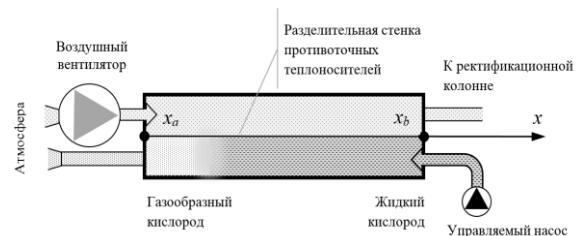


Рисунок 2. Схема противоточного теплообменного аппарата первой (высокотемпературной) ступени

Поскольку плотность теплоносителей существенно зависит от температуры [3], то и скорость течений теплоносителей будет

различной по длине теплообменника. Волновыми процессами в промышленных теплообменниках пренебрегают из-за их быстротечности. Поэтому гидродинамические течения теплоносителей будем принимать стационарными для каждого расчётного временного слоя $\tau^j \in [0, \theta]$. Тогда из уравнения неразрывности $div(\rho v) = 0$ мы получаем уравнения для расчёта скоростей течений теплоносителей:

$$\begin{aligned} \rho_1^j(T) v_1^j(x) &= C_1^j, \\ \rho_2^j(T) v_2^j(x) &= C_2^j, \end{aligned} \quad (4)$$

где C_1^j, C_2^j – набор констант, которые определяются через известную скорость на границах потоков: $C_1^j = \rho_{1a}^j v_{1a}^j, C_2^j = \rho_{2b}^j v_{2b}^j$. Плотность и температура вещества связаны уравнением состояния. В нашей постановке мы использовали уравнение Менделеева-Клапейрона для моля вещества: $PV_\mu = RT$, $\rho = \frac{m_\mu}{V_\mu}$, где m_μ – молярная масса, V_μ – молярный объем.

Таким образом, уравнения (1)-(4) образуют математическую модель для расчёта тепловых процессов рассматриваемой принципиальной схемы противоточного теплообменника. Зная приблизительное распределение температур в теплоносителях на некотором временном слое, мы можем найти из (4) распределение скоростей потоков теплоносителей, а из (1) уточнить новые значения температур.

Численное решение задачи для процессов теплопереноса

Для численного решения системы двух уравнений (1) с (2), (3) проводилась конечно-разностная аппроксимация каждого уравнения на одной и той же равномерной сетке по схемам типа «уголок» [4], которые показаны на рис. 3. Причем для прямого хода теплоносителя – это будет левый уголок с x_{i-1}, x_i , а для обратного потока теплоносителя – эта же схема приобретает вид правого уголка с x_i, x_{i+1} .

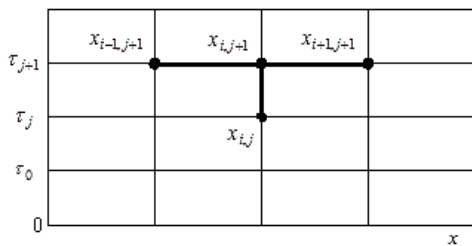


Рисунок 3. Конечно-разностная схема с двумя уголками для противоточных сред

Данная аппроксимация дифференциальных уравнений (1) приводит к следующим алгебраическим уравнениям:

$$\begin{cases} \frac{T_{1,i}^{j+1} - T_{1,i}^j}{\Delta \tau} + v_{1,i}^j \frac{T_{1,i}^{j+1} - T_{1,i-1}^{j+1}}{\Delta x} = \\ \frac{1}{c_{p1} \rho_{1,i}^j} K (T_{2,i}^j - T_{1,i}^j), \\ \frac{T_{2,i}^{j+1} - T_{2,i}^j}{\Delta \tau} - v_{2,i}^j \frac{T_{2,i}^{j+1} - T_{2,i-1}^{j+1}}{\Delta x} = \\ \frac{1}{c_{p2} \rho_{2,i}^j} K (T_{1,i}^j - T_{2,i}^j). \end{cases}$$

Откуда можно найти

$$\begin{cases} T_{1,i}^{j+1} = \frac{\gamma}{\gamma + 1} T_{1,i-1}^{j+1} + \frac{1}{\gamma + 1} T_{1,i}^j + \\ \frac{\Delta \tau}{1 + \gamma} \frac{1}{c_{p1} \rho_{1,i}^j} K (T_{2,i}^j - T_{1,i}^j), \\ T_{2,i}^{j+1} = \frac{\gamma}{\gamma + 1} T_{2,i+1}^{j+1} + \frac{1}{\gamma + 1} T_{2,i}^j + \\ \frac{\Delta \tau}{1 + \gamma} \frac{1}{c_{p2} \rho_{2,i}^j} K (T_{1,i}^j - T_{2,i}^j) \end{cases} \quad (5)$$

при условии:

$$\gamma = \frac{v_{\max} \Delta \tau}{\Delta x} \leq 1,$$

где $v_{\max} = \max_{\tau,x}(v_1, v_2)$. Расчёт решения для первой среды находится слева-наперво, а для второй – справа-налево на каждом временном слое τ^j .

Результаты расчётов и оценка влияния коэффициента теплообмена

Модель (1)-(4) можно будет считать приемлемой для какого-нибудь теплообменника, только если коэффициент K можно будет задать таковым, что модельная температура будет мало отличаться от экспериментально наблюдаемой температуры для этого же теплообменника. Оценим значение и влияние модельного коэффициента K на тепловые процессы в условиях промышленного теплообменника (кислородный цех Енакиевского металлургического завода).

На рис. 4 представлены результаты расчётов распределения температуры в обеих теплоносителях для двух различных коэффициентов теплообмена $K_1 = 10^4 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ и

$K_2 = 10^5 \text{ Вт/м}^2\text{К}$. Расчёты проводились при следующих данных. Длина теплообменного аппарата $L = 10 \text{ м}$. Приближения для начальных условий температуры рассчитывались по (3) при $T_1(0, x_b) = 315,15 \text{ К}$, $T_2(0, x_a) = 303 \text{ К}$. Температура на границах теплообменника задавалась постоянной и равной $T_1(\tau, x_a) = 315,15 \text{ К}$, $T_2(\tau, x_b) = 90,2 \text{ К}$. Давления в потоках принимались $p_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $p_2 = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Граничные скорости потоков $v_1(\tau, x_a) = 76 \text{ м/с}$, $v_2(\tau, x_b) = 79 \text{ м/с}$. Расчётная сетка задавалась с ячейками по пространству $\Delta x = 1 \text{ м}$ и шагами по времени $\Delta \tau = 0,01 \text{ с}$.

Как показали расчеты, переходные процессы стабилизировались к моменту $\tau_0 \approx 20 \text{ с}$. После этого времени нестационарность процессов, вносимая приближительными начальными условиями (3), исчезала. Система переходила в установившееся состояние. Других источников нестационарности в рассматриваемом примере не было. Полученное время стабилизации совпадает со временем переходных процессов теплообменного аппарата Енакиевского металлургического завода.

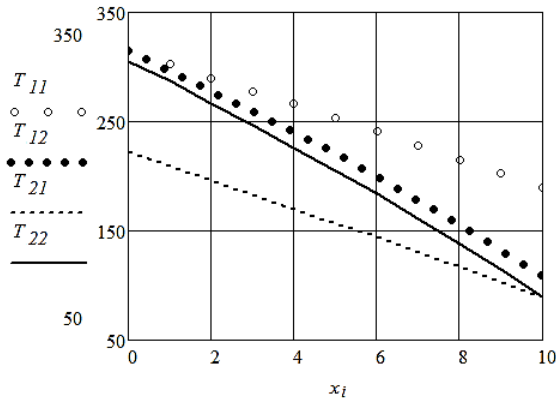


Рисунок 4. Распределение температур в воздухе T_{11}, T_{12} и в кислороде T_{21}, T_{22} при K_1 и K_2 соответственно

Из приведенных двух расчётов со значениями K_1 и K_2 видно, что коэффициент K существенно влияет на тепловые процессы теплообменника. При большем коэффициенте теплообмена K_2 температуры обеих сред в большей степени сближаются, что иллюстрируют кривые T_{12} и T_{22} . При меньшей теплообмена (коэффициент K_1) температуры противоточных сред слабо приближаются друг к другу, что видно по кривым T_{11} и T_{21} .

Распределение температур T_{12} и T_{22} близко к реальным рабочим температурам теплообменника Енакиевского металлургического завода. Это свидетельствует о корректности приведенного численного моделирования противоточных процессов и, что коэффициент теплообмена K_1 был выбран близким к правильному модельному значению.

Задача идентификации

Математическая модель (1)-(4) содержит в уравнении (1) заранее неизвестный коэффициент K . В нашем случае — это модельный, а не физический коэффициент, включающий в себя погрешности всех допущений модели: неопределённость точной геометрии теплообменника, значительность толщины разделительной стенки и отсутствие учёта в ней тепловых процессов, приближённое гидродинамическое моделирование и т.д. Очевидно, что коэффициент K не поддаётся непосредственному измерению и для каждой конкретной установки может быть найден только с использованием оптимизационных методов идентификации [5, 6, 7] на основе экспериментальных данных, например, по результатам измерений температуры потоков.

Очевидно, что удобнее (проще) проводить идентификацию при установившейся работе теплообменника. В этом случае задача идентификации будет формулироваться следующим образом. Необходимо найти коэффициент K модели (1)-(4) доставляющий минимум функционалу:

$$J(K) = \int_{x_a}^{x_b} [T_1(\tau_0, x) - T_e(\tau_0, x)]^2 dx \rightarrow \min \quad (6)$$

где $J(K)$ — критерий качества идентификации, который в нашем случае представляет собой неявную одномерную функцию модельного коэффициента теплообмена K , T_e — экспериментально наблюдаемая температура воздуха в теплообменнике. Коэффициент K , найденный из условия минимума J , будет содержать в себе все погрешности математической модели (1)-(4) таким образом, чтобы температура, рассчитываемая в дальнейшем по этой модели, была максимально приближена к реальной рабочей температуре теплообменника.

Функционал (6) может быть «облегчён» с учётом того, что мы рассматриваем установившиеся процессы, а сам коэффициент K одинаков по всей длине теплообменника. Здесь расхождение модельной и реальной температур можно контролировать только на выходе x_b охлаждённого воздуха из теплообменника. В

этом случае критерий качества идентификации принимает вид:

$$J(K) = [T_{1b}(\tau_0) - T_e(\tau_0)]^2 \rightarrow \min \quad (7)$$

Для решения задач идентификации (6), (7) могут применяться различные методы одномерной минимизации, например, метод золотого сечения, как метод поиска экстремума функции одной переменной на заданном отрезке. Мы имеем $J(K): [K_a, K_b] \rightarrow R$. Отрезок $[K_a, K_b]$ делится в пропорции золотого сечения, то есть выбираются две точки K_1, K_2 из условия:

$$\begin{aligned} K_1 &\approx K_a + 0,4(K_b - K_a), \\ K_2 &\approx K_a + 0,6(K_b - K_a). \end{aligned} \quad (8)$$

Далее в этих точках оцениваются значения критерия качества. Если $J(K_1) \leq J(K_2)$, тогда принимают $K_b \leftarrow K_2$ иначе $K_a \leftarrow K_1$ и все расчёты повторяют заново до уменьшения длины отрезка $[K_a, K_b]$ до желаемых минимальных размеров. После чего определяется решение задачи (7) как $K = (K_b + K_a)/2$.

Задача оптимального управления теплообменником

Для стабилизации температурного режима на входе в ректификационную колонну воздухоразделительной установки (см. рис. 1) необходимо «правильно» управлять насосом нагнетания жидкого кислорода в теплообменник (см. рис. 2). Правильная работа насоса должна обеспечить требуемую температуру воздуха $T_{1b}(\tau)$ на выходе их теплообменника независимо от температуры атмосферного воздуха и возможной некачественной работы компрессора на входе x_a в теплообменник. Это означает, что нашим управлением $u(\tau)$ будет скорость подачи охладителя $v_2(\tau, x_b)$ в теплообменник, которая фигурирует в граничном условии уравнений (5). Таким образом, мы получаем множество управляющих воздействий $\{u^j \equiv v_{2b}^j, j = 1, 2, \dots\}$, определяющих температуру воздуха для ректификационной колонны в граничном условии (4):

$$C_2^j = \rho_{2b}^j u^j. \quad (9)$$

Задача стабилизации температурного режима на входе в ректификационную колонну воздухоразделительной установки будет формулироваться следующим образом. Необходимо найти оптимальное управление

модели (1)-(4), (9) которое доставляет минимум функционалу

$$J_0 = \int_{\tau} [T_{1b} - T_*]^2 d\tau \rightarrow \min, \quad (10)$$

где T_* – требуемая номинальная температура воздуха на входе в ректификационную колонну воздухоразделительной установки.

Поскольку решение уравнений теплопереноса (1) аппроксимируется конечными разностями на тех же временных слоях $\{\tau^j\}$, что и решение гидродинамической задачи, то целевой функционал (10) примет вид:

$$J_0 = \sum_j [T_{1b}^j - T_*]^2 \rightarrow \min \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Для решения подобной задачи оптимизации могут применяться, например, методы динамического программирования [8,9] или прямая минимизация целевого функционала [10,11].

Выводы

Полученные результаты расчётов течений противоточных сред (рис. 4) для общей упрощённой модели теплообменника (1)-(4) с конечно-разностной схемой (5) показали физически обоснованные распределения температур в теплообменнике. Для использования полученной модели на практике необходимо решать задачу идентификации коэффициента теплообмена K приведенной модели, что можно делать по упрощённому критерию (7) методом золотого сечения. Идентифицированная модель может использоваться для расчёта оптимальных режимов работы теплообменника для стабилизации температурного режима ректификационной колонны по критерию (11).

Литература

1. Девятов, Б. Н. Теория переходных процессов в технологических аппаратах с точки зрения задач управления. – Новосибирск: Наука, 1964. – 324 с.
2. Девятов, Б. Н. Теория и методы анализа управляемых распределенных процессов / Б.Н. Девятов, Н.Д. Демиденко. – Новосибирск: Наука, 1983. – 310 с.
3. Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М. Теоретическая физика гидродинамика. 3-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 736 с.
4. Самарский, А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. – 656 с.
5. Толстых В.К., Недопекин Ф.В., Бодряга В.Е. Идентификация теплофизических

параметров в виде полиномов, зависящих от температуры. – Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика, N1. – 2009. – С. 193-199.

6. Tolstykh V.K. Optimality Conditions and Algorithms for Direct Optimizing the Partial Differential Equations, Engineering. Scientific Research Publishing, Vol. 4, N7. – 2012, pp. 390-393.

7. Tolstykh V.K. Optimization for Systems Governed by Partial Differential Equations, The Electronic International Journal "Advanced Modeling and Optimization", Vol. 14, N3. – 2012, pp. 703-716.

8. Гладких, Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. 2. Нелинейное и динамическое программирование: учебное пособие. – Томск :

Изд-во НТЛ, 2011. – 264 с. – ISBN 978-5-89503-483-5.

9. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации: В 2-х кн. Новое изд., перераб. и доп. – М : МЦНМО, 2011. Кн. 2. – 433 с. – ISBN 978-5-94057-708-9.

10. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами. – Донецк: "Юго-Восток", 1997. – 178 с.

11. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Толстых В.К., Володин Н.А. Прямая оптимизация теплофизических процессов. – Днепродзержинск: ДГТУ-"Юго-Восток". – 1997. – 150 с.

Толстых В.К., Пшеничный К.А. Численное моделирование и управление процессами теплопереноса в противоточных теплообменных аппаратах.

Предложена упрощенная модель описания конвективных, нестационарных, одномерных процессов теплопереноса для теплообменников с противоточными теплоносителями, содержащая модельный коэффициент теплообмена между теплоносителями, включающий в себя как физический коэффициент теплопередачи, так и внутренние геометрические особенности теплообменника. Описана конечно-разностная схема расчёта тепловых процессов. Приведены расчёты с данными промышленного теплообменника (кислородная станция Енакиевского металлургического завода) для оценочных значений коэффициента теплообмена. Сформулирована задача идентификации коэффициента теплообмена. Поставлена задача оптимального управления теплообменным аппаратом с целью стабилизации температурного режима работы ректификационной колонны.

Ключевые слова: теплообменный аппарат, теплообменник, идентификация, оптимизация, численное моделирование.

Tolstykh V.K., Pshenichny K.A Numerical simulation and process control of heat transfer in counterflow heat exchangers. A simplified model for the description of convection, unsteady, one-dimensional heat transfer processes for heat exchangers with counterflow heat transfer fluids is proposed. It contains a model heat transfer coefficient between the heat-transfer agents, which includes both physical heat transfer coefficient, and internal geometrical features of heat exchanger. It is described the finite-difference scheme for calculating thermal processes. Results calculations with the data of industrial heat exchanger for some values of heat transfer coefficient were described. There was formulated a problem of identification of heat transfer coefficient. There was formulated a task of optimal control of the heat exchanger in order to stabilize the temperature regime of operation of the distillation column.

Keywords: heat exchanger, identification, optimization, numerical simulation.

Статья поступила в редакцию 20.11.2016
Рекомендована к публикации д-ром техн. наук В.Н. Павлышом